Sérgio Carvalho
Weber Campos

RACIOCÍNIO LÓGICO Simplificado

Volume 2

3ª edição • Revista e atualizada

Inclui

- Gráficos, tabelas e outros elementos visuais para melhor aprendizado
- Exercícios resolvidos passo a passo (questões comentadas)
- Questões de concursos públicos selecionadas para praticar
- Destaques coloridos para facilitar a compreensão

2020

EDITORA JusPODIVM
www.editorajuspodivm.com.br

E o subgrupo, qual será? Será aquela salada que formaremos com apenas três tipos de frutas! A pergunta: o subgrupo terá de ter elementos diferentes? Obviamente que sim! Não dá para formar uma salada com banana, banana e banana. Concordam? Embora o enunciado não tenha dito isso expressamente, fica entendido, por evidente, que a salada tem de ser formada por três tipos *distintos* de frutas!

Assim sendo, concluímos: o *caminho de resolução* é o do Arranjo ou da Combinação! Mas qual desses dois?

Decidindo entre o Arranjo e a Combinação:

Uma vez superado o primeiro momento, e considerando que já sabemos que a questão será resolvida por Arranjo ou Combinação, seguiremos os passos seguintes, a fim de nos definirmos por uma ou por outra técnica de resolução. Vejamos:

1º passo) Criaremos um resultado possível para o subgrupo.

2º passo) Inverteremos a ordem do resultado que acabamos de criar (no 1º passo).

3º passo) Compararemos os dois resultados que estão diante de nós (1º e 2º passos):

→ Se forem resultados diferentes: resolveremos a questão por Arranjo!

→ Se forem resultados iguais: resolveremos a questão por Combinação!

Retornemos aos dois últimos exemplos, para os quais já havíamos decidido que seriam resolvidos por Arranjo ou por Combinação. Teremos:

Exemplo 12: Quantos números de três algarismos distintos podem ser formados, dispondo dos algarismos 1, 2, 3, 4 e 5?

E agora, Arranjo ou Combinação?

1º passo) Criando um resultado possível, podemos ter: **(1 2 3)**

O número 123. Pode ser? Claro!

2º passo) Invertendo a ordem do resultado criado: **(3 2 1)**

Chegamos ao número 321.

3º passo) A comparação! São iguais ou diferentes esses dois resultados?

Ora, tratando-se de números, é claro que são distintos!

Conclusão: resolveremos a questão por **Arranjo**!

Exemplo 13: Dispondo das seguintes espécies de frutas {maçã, mamão, melão, banana, pêra, uva, laranja e melancia}, quantos tipos de saladas podem ser formadas, contendo três tipos de frutas?

Será Arranjo ou Combinação?

1º passo) Criando um resultado possível: **(mamão, melão e maçã)**

Gostaram da minha salada? Se não gostaram, vai ela mesma!

2º passo) Invertamos a ordem! Teremos: **(maçã, melão e mamão)**

3º passo) Comparemos:

A salada do primeiro passo é igual ou é diferente da salada do segundo passo? O sabor é o mesmo? Claro que sim! Os resultados são iguais!

Conclusão: a questão *sai* por **Combinação**!

É somente isso! Se vocês se lembrarem desses três exemplos simples, serão capazes de identificar o *caminho de resolução* de qualquer questão de Análise Combinatória!

Resolvendo questões por Arranjo:

Uma vez sabendo identificar quais as questões que se resolvem por Arranjo, resta saber como se dá tal resolução!

A fórmula do Arranjo é a seguinte:

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Onde:

→ **n** é o número de elementos do conjunto universo; e

→ **p** é o número de elementos do subgrupo.

Para quem anda mais esquecido, esse sinal de exclamação (!) significa a operação *fatorial*. Trata-se, tão somente, de um produto que se inicia com o próprio valor (que antecede o sinal "!") e vai se reduzindo até chegar a um.

Exemplos:

→ $8!=8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1$

→ $5!=5\times4\times3\times2\times1$

→ $1!=1$

E assim por diante!

Observem que, sempre que formos fazer uma divisão entre fatoriais, repetiremos o menor deles, e desenvolveremos o maior até que se iguale ao menor.

Obs.: O fatorial de zero não segue essa regra, o valor dele é: $0! = 1$.

Exemplo:

$$\frac{8!}{5!} = \frac{8\times7\times6\times5!}{5!}$$

Viram? E agora? Ora, agora resta cortarmos o 5! do numerador com o do denominador. E teremos:

$$\frac{8!}{5!} = \frac{8\times7\times6\times5!}{5!} = 8\times7\times6 = 336$$

Fácil, não? Mais fácil que roubar doce de criança! Pois bem, voltemos ao enunciado do exemplo 12, aqui visto como exemplo 14:

Exemplo 14: Quantos números de três algarismos distintos podem ser formados, dispondo dos algarismos 1, 2, 3, 4 e 5?

Solução:

Nas análises realizadas nos exemplos 10 e 12, havíamos concluído que esta questão é de *Arranjo*!

O “conjunto universo” tem cinco elementos (são os algarismos 1, 2, 3, 4 e 5). Ou seja, **n=5**. Os subgrupos terão apenas três elementos (números de 3 algarismos). Daí, **p=3**. Agora, só nos resta aplicar a fórmula do Arranjo. Teremos:

→ $A_{n,p} = \dfrac{n!}{(n-p)!}$

→ $A_{5,3} = \dfrac{5!}{(5-3)!} = \dfrac{5!}{2!} = \dfrac{5\times4\times3\times2!}{2!} = 5\times4\times3 = 60$ → **Resposta!**

Ou seja, podemos formar 60 números com três algarismos distintos, dispondo dos algarismos 1, 2, 3, 4 e 5.

Uma pergunta deveras oportuna seria: *não dava para resolver essa questão pelo Princípio Fundamental da Contagem*? Vejamos: nosso evento é formar um número de três algarismos distintos. Podemos dividi-lo em três etapas: definição do primeiro algarismo, definição do segundo e definição do terceiro. Teremos:

→ 1ª etapa) definição do primeiro algarismo: cinco resultados possíveis;

→ 2ª etapa) definição do segundo algarismo: quatro resultados possíveis;

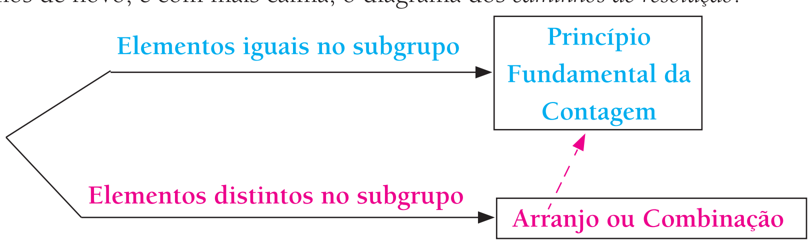
→ 3ª etapa) definição do terceiro algarismo: três resultados possíveis.

Multiplicando-se os resultados parciais, teremos:

→ 5×4×3= 60 → **Resposta!**

Mesma resposta que chegamos pelo Arranjo!

Olhemos de novo, e com mais calma, o diagrama dos *caminhos de resolução*:



Repare bem na seta em cor vermelha! Reparou?

O que ela quer indicar? O seguinte: se você descobrir que **a questão deve ser resolvida por *Arranjo*, então poderá também resolvê-la pelo *Princípio Fundamental da Contagem***!

Observe que se trata de uma seta com sentido único! De Arranjo para Princípio Fundamental da Contagem! Apenas isso! O caminho de volta – Princípio Fundamental da Contagem para Arranjo – nem sempre será possível!

E de Combinação para Princípio Fundamental da Contagem? Dá certo? **De jeito nenhum!** Basta olhar para o desenho anterior, e não tem erro! Ok?

Resolvendo questões por Combinação:

A fórmula da Combinação é a seguinte:

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Onde:

→ **n** é o número de elementos do conjunto universo; e

→ **p** é o número de elementos do subgrupo.

Exemplo 15: Dispondo das seguintes espécies de frutas {maçã, mamão, melão, banana, pêra, uva, laranja e melancia}, quantos tipos de saladas podem ser formadas, contendo três tipos de frutas?

Solução:

Nas análises realizadas nos exemplos 11 e 13, havíamos concluído que esta questão é de *Combinação*!

O "conjunto universo" tem oito elementos (as oito frutas disponíveis). Ou seja, **n=8**. Os subgrupos terão apenas três elementos (as três frutas usadas na salada). Daí, **p=3**. Agora, só nos resta aplicar a fórmula da Combinação. Teremos:

→ $$C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

→ $$C_{8,3} = \frac{8!}{3!(8-3)!} = \frac{8!}{3!.5!} = \frac{8\times7\times6\times5!}{5!.3\times2\times1} = \frac{8\times7\times6}{3\times2\times1} = 56$$

Ou seja: podem ser formados 56 tipos de saladas, com três espécies de frutas, dispondo daquelas oito espécies relacionadas!

Mais questões de combinação!

Exemplo 16: Estão presentes numa sala oito pessoas, que são as seguintes: JOÃO, MARIA, JOSÉ, PEDRO, PAULO, FRANCISCO, ANTÔNIO e LUÍS. Deseja-se formar comissões, compostas por quatro membros, com essas pessoas que estão na sala. Quantas comissões podem ser formadas?

Solução:

Conjunto universo: {8 pessoas}

O objetivo é selecionar um subgrupo de 4 pessoas!

Obviamente que tem de ser pessoas diferentes! Logo, Arranjo ou Combinação!

→ Um resultado possível: {JOÃO, MARIA, JOSÉ, PEDRO}

→ Invertendo-se a ordem:{PEDRO, JOSÉ, MARIA, JOÃO}

São comissões diferentes? Não! São perfeitamente iguais! Logo, Combinação! Teremos:

→ $$C_{8,4} = \frac{8!}{4!(8-4)!} = \frac{8!}{4!\cdot4!} = \frac{8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4!}{4\cdot3\cdot2\cdot1\cdot4!} = 70$$ → **Resposta!**

Exemplo 17: Um grupo consta de 20 pessoas, das quais três são matemáticos. De quantas maneiras podemos formar comissões de 10 pessoas, de modo que todos os matemáticos participem da comissão?

Solução:

Nova questão de comissão, em que todos os matemáticos devem fazer parte dela!

E temos os seguintes dados fornecidos:

– Grupo consta de 20 pessoas, dos quais 3 são matemáticos.
– A comissão consta de 10 pessoas.

Ora, se os matemáticos devem fazer parte da comissão, então três lugares da comissão vão ficar reservados para os três matemáticos, restando sete vagas ainda a serem preenchidas. Essas vagas serão disputadas pelos não matemáticos, que são um total de 17.

Assim, para obtermos o número de comissões diferentes que podem ser formadas, faremos uma combinação de 17 pessoas para 7 lugares, ou seja: $C_{17,7.}$ → **Resposta!**

Exemplo 18: Num jogo de loteria, um apostador marcará seis dezenas, entre as cem dezenas existentes. De quantas formas diferentes poderá o apostador preencher o seu jogo?

Solução:

Conjunto universo: {100 dezenas}

O objetivo é selecionar um subgrupo de seis dezenas!

Obviamente que tem de ser dezenas diferentes! Logo, Arranjo ou Combinação!

→ Um resultado possível: {10, 20, 30, 40, 50, 60}

→ Invertendo-se a ordem: {60, 50, 40, 30, 20, 10}

São apostas diferentes? Não! São perfeitamente iguais! Logo, Combinação! Teremos:

→ $$C_{100,6} = \frac{100!}{6!(100-6)!} = \frac{100!}{6!94!} = \frac{100 \cdot 99 \cdot 98 \cdot 97 \cdot 96 \cdot 95 \cdot 94!}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 94!}$$

→ $C_{100,6}$ = 1.192.052.400 → Resposta!

Com essa resposta, descobrimos o número de jogos possíveis, com o uso de seis dezenas, numa cartela de loteria. Desse modo, se uma pessoa faz um único jogo de seis dezenas, tentando ganhar a bolada de uma "acumulada de três semanas", a chance de aquela combinação vir a ser a sorteada é de uma em 1.192.052.400.

Exemplo 19: Uma prova consta de dez questões, das quais o aluno deverá resolver apenas cinco. De quantas formas ele poderá escolher as cinco questões?

Solução:

Conjunto universo: {10 questões}

O objetivo é selecionar um subgrupo de cinco questões!

Obviamente que tem de ser questões diferentes! Logo, Arranjo ou Combinação!

→ Um resultado possível: {Q1, Q2, Q3, Q4, Q5}

→ Invertendo-se a ordem: {Q5, Q4, Q3, Q2, Q1}

São provas diferentes? Não! São perfeitamente iguais! Logo, Combinação! Teremos:

$$\rightarrow \quad C_{10,5} = \frac{10!}{5!(10-5)!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 5!} = 252 \rightarrow \text{Resposta!}$$

Exemplo 20: (Esaf) Uma empresa possui 20 funcionários, dos quais 10 são homens e 10 são mulheres. Desse modo, o número de comissões de 5 pessoas que se pode formar com 3 homens e 2 mulheres é:

a) 5400;
b) 165;
c) 1650;
d) 5830;
e) 5600.

Solução:

Para identificar o *caminho de resolução*, consideremos apenas a categoria das mulheres (por exemplo). Daí, existem dez mulheres no conjunto universo e queremos formar subgrupos com duas delas. Como são pessoas, os elementos do subgrupo têm de ser distintos! Arranjo ou Combinação! Qual?

Criando um resultado possível: {Maria e Marta}

Invertendo: {Marta e Maria}

A comissão formada por Maria e Marta é diferente da formada por Marta e Maria? **Não!** São exatamente iguais! Chegaríamos à mesma conclusão se considerássemos apenas a existência dos homens! Logo, a questão *sai* por **Combinação**!

Pois bem! Sabendo que o *caminho de resolução* é a Combinação, observamos também que o conjunto universo é, na verdade, composto por duas categorias: a dos homens e a das mulheres. Daí, já sabemos: partiremos a questão em duas metades, e resolveremos a combinação de cada categoria em separado. Teremos:

→ *Conjunto Universo:* { **10 homens**, | **10 mulheres** }

→ *Subgrupo:* $\square\,\square\,\square$ | $\square\,\square$

$$C_{10,3} = \frac{10!}{7!.3!} = \frac{10\times 9\times 8\times 7!}{7!.3\times 2\times 1} = 120 \qquad C_{10,2} = \frac{10!}{8!.2!} = \frac{10\times 9\times 8!}{8!.2\times 1} = 45$$

→ 120×45=5400 → **Resposta!**

Multiplicamos os resultados de cada lado, e chegamos à resposta!

1.2.3. Permutação

A Permutação, meus amigos, é tão somente um caso particular do Arranjo!

Caso nos omitíssemos de falar em Permutação, vocês acertariam a questão do mesmo jeito, aplicando o Arranjo! Mas não é o caso! Melhor é conhecê-la!

Quando estivermos em uma questão de Arranjo (já sabemos como identificá-la!) e observarmos que o **n** (número de elementos do "conjunto universo") é igual ao **p** (número de elementos dos subgrupos), então estaremos diante de uma questão de **Permutação**!

Consideremos os exemplos a seguir, os quais são meras variações dos que vimos no Arranjo.

Exemplo 21: Dispondo dos algarismos 1, 2, 3, 4 e 5, quantos números de cinco dígitos distintos poderão ser formados?

Solução:

A questão é de Arranjo, conforme já havíamos verificado. Arranjo de quanto em quanto?

O grupo maior tem **cinco** elementos, ou seja: **n=5**.

E os subgrupos terão também **cinco** elementos, ou seja: **p=5**.

Ora, quando a questão é de **Arranjo**, e temos que **n = p**, dizemos então que estamos em um caso de **Permutação**.

Em outras palavras: $\mathbf{A_{5,5} = P_5}$ (leia-se: "permutação de cinco")

O bom é que o cálculo da **Permutação** é até mais fácil.

→ **Fórmula da Permutação:** $P_n = n!$

Onde: → **n** é o número de elementos do *conjunto universo*, que é também o mesmo número de elementos dos subgrupos que serão formados!

Voltando ao nosso exemplo:

→ $A_{5,5} = \mathbf{P_5} = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ → **Resposta!**

Exemplo 22: Quatro carros (C1, C2, C3 e C4) disputam uma corrida. Quantas são as possibilidades de chegada para os quatro primeiros lugares?

Solução:

Também já sabemos que é uma questão de **Arranjo**! Agora, o grupo maior tem quatro elementos (n=4) e os subgrupos que serão formados também terão esse mesmo número de elementos (p=4). Daí, *caímos* no caso particular da **Permutação**!

Teremos, pois, que:

→ $A_{4,4} = \mathbf{P_4} = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ → **Resposta!**

Agora, passemos a estudar um tipo de questão que é bastante abordado em concursos. Explanaremos esse tema em seis situações possíveis. Adiante!

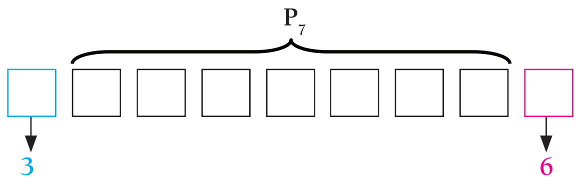
Exemplo 23: QUESTÕES DOS SEIS AMIGOS NO CINEMA

SITUAÇÃO 1) Seis amigos vão ao cinema. São três rapazes e três moças. De quantas formas poderemos colocá-los dispostos numa mesma fila, em seis poltronas vizinhas?

Solução:

Iniciemos nossa análise do princípio!

E quanto aos elementos do meio do anagrama? Permutação neles! Teremos:



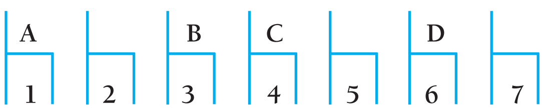
Finalmente, para chegarmos ao resultado final, multiplicaremos os resultados parciais!

Teremos: → $6 \times 3 \times P_7 = 6 \times 3 \times 7!$ **(Resposta!)**

6. **Temos sete cadeiras em fila indiana numeradas de 1 a 7 para quatro pessoas se sentarem, em que três cadeiras ficarão vazias. De quantos modos isso pode ser feito?**

Solução:

No desenho a seguir, dispomos as sete cadeiras em fila e colocamos quatro pessoas sentadas (**A**, **B**, **C** e **D**), ficando três cadeiras vazias.



Sabemos que a ordem das pessoas é relevante, portanto pode se tratar de uma questão de Arranjo, Princípio de Contagem ou Permutação.

Se o número de pessoas fosse maior que o de cadeiras, digamos: 10 pessoas para 7 cadeiras, teríamos de escolher **7** pessoas no grupo de **10** pessoas. Daí, poderíamos fazer um arranjo: $A_{10,7}$, e descobriríamos a resposta. Bem simples!

Mas a situação é diferente: temos mais cadeiras do que pessoas, entretanto, podemos resolver de forma semelhante. Podemos escolher **4** cadeiras entre as **7** disponíveis para que as pessoas se sentem. É como se as quatro pessoas estivessem escolhendo um número de 1 a 7. Vejamos:

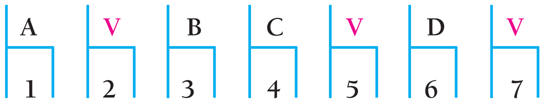
A	B	C	D
1	3	4	6
3	4	6	1
4	6	1	3
...			
2	3	4	7
...			

Para escolher **4** números distintos em um grupo de **7** números, em que a ordem é relevante, podemos usar a técnica de Arranjo. Teremos:

$$\rightarrow \quad A_{7,4} = \frac{7!}{(7-4)!} = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 840 \text{ (Resposta!)}$$

Há outra forma de resolver a questão que considero mais simples. Vejamos!

Vamos pegar o desenho anterior e colocar nas cadeiras **v**azias a letra **V**.



Ao permutarmos as letras (A, B, C e V) é como se estivéssemos permutando as pessoas nas sete cadeiras disponíveis. Só que teremos de fazer uma permutação com repetição, uma vez que a letra V aparece repetida (três vezes).

Aplicação da fórmula de permutação com repetição:

→ $$P_7^{3,1,1,1,1} = \frac{7!}{3!\cdot 1!\cdot 1!\cdot 1!\cdot 1!} = \frac{7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3!}{3!} = 840 \text{ (Resposta!)}$$

Mesmíssima resposta!

7. **Em um campeonato de futebol, participam 20 times, entre eles o Grêmio. Quantos resultados são possíveis para os três primeiros lugares da competição em que o Grêmio não seja o terceiro?**

Solução:

Conjunto universo: **{20 times}**

Objetivo da questão: formar subgrupos de três times – os três primeiros colocados. Com uma restrição: o Grêmio não seja o terceiro colocado!

A ordem dos times para as três primeiras colocações é relevante? É claro que sim! O Flamengo no primeiro lugar é bem diferente de ocupar o terceiro lugar.

Como a ordem é relevante e há uma restrição, então é melhor usarmos a técnica do *Princípio Fundamental da Contagem*. E iniciaremos a análise pela posição da restrição, no caso o 3º colocado.

→ Definição do **3º** colocado: temos **19** possibilidades. Dispomos de 20 times, mas não podemos usar o Grêmio. Resta-nos, portanto, 19.

		19p
1º	2º	3º

A próxima pode ser a análise do 1º colocado ou a do 2º colocado, tanto faz!

→ Definição do **1º** colocado: temos **19** possibilidades. Dispomos de 20 times, mas já usamos um deles como 3º colocado. Resta-nos, portanto, 19.

19p		19p
1º	2º	3º

→ Definição do **2º** colocado: temos **18** possibilidades. Dispomos de 20 times, mas já usamos dois deles. Resta-nos, portanto, 18.

19p	18p	19p
1º	2º	3º

Multiplicando-se as possibilidades, teremos:

→ $19 \times 18 \times 19 = 6498$ **(Resposta!)**

8. **(Esaf) Um grupo de dança folclórica formado por sete meninos e quatro meninas foi convidado a realizar apresentações de dança no exterior. Contudo, o grupo dispõe de recursos para custear as passagens de apenas seis dessas crianças. Sabendo-se que nas apresentações do programa de danças devem participar pelo menos duas meninas, o número de diferentes maneiras que as seis crianças podem ser escolhidas é igual a:**

a) 286;
b) 756;
c) 468;
d) 371;
e) 752.

Solução:

Seis crianças serão selecionadas para realizar apresentações de dança no exterior. Dentro desse grupo de seis crianças, a ordem das crianças é relevante? É claro que não, pois todas as seis vão viajar e realizar as apresentações. Dessa forma, trata-se de uma questão de *Combinação*!

A questão pede **pelo menos duas meninas** no grupo de **seis** crianças, daí teremos três formações possíveis quanto ao número de meninas e meninos dentro do grupo:

1ª) **2** meninas e 4 meninos.

2ª) **3** meninas e 3 meninos.

3ª) **4** meninas e 2 meninos.

Para cada uma dessas formações, teremos de calcular o número de possibilidades de escolha das crianças. Ao final desses cálculos, somaremos os resultados parciais obtidos.

1º) Número de modos com **2 meninas** e **4 meninos**.

Temos 4 meninas para escolher **2**, e temos 7 meninos para escolher **4**. Daí:

$$C_{4,2} \times C_{7,4} = \frac{4!}{2!\,2!} \times \frac{7!}{3!\,4!} = 6 \times 35 = 210$$

2º) Número de modos com **3 meninas** e **3 meninos**.

Temos 4 meninas para escolher **3**, e temos 7 meninos para escolher **3**. Daí:

→ $$C_{4,3} \times C_{7,3} = \frac{4!}{1!\,3!} \times \frac{7!}{4!\,3!} = 4 \times 35 = 140$$

3º) Número de modos com **4 meninas** e **2 meninos**.

Temos 4 meninas para escolher **4**, e temos 7 meninos para escolher **2**. Daí:

→ $$C_{4,4} \times C_{7,2} = \frac{4!}{0!\,4!} \times \frac{7!}{5!\,2!} = 1 \times 21 = 21$$

Total de modos = 210 + 140 + 21 = **371 → Resposta!**

9. **(Esaf) Marcela e Mário fazem parte de uma turma de quinze formandos, dos quais dez são rapazes e cinco são moças. A turma reúne-se para formar uma comissão de formatura composta por seis formandos. O número de diferentes comissões que podem ser formadas de modo que Marcela participe e que Mário não participe é igual a:**
   a) 504;
   b) 252;
   c) 284;
   d) 90;
   e) 84.

Solução:

A ordem das pessoas dentro do grupo dos seis formandos selecionados não é relevante! Daí, trata-se de uma questão de combinação!

Dados da questão:

– Uma turma de **15** formandos (**10** rapazes e **5** moças).

– A comissão é composta por **6** formandos.

– Marcela participa da comissão e Mário não participa.

A Marcela tem lugar garantido na comissão, então uma das seis vagas é dela. Daí, restam-nos somente **5** lugares na comissão.

Quantos formandos vão disputar esses 5 lugares que restam na comissão? Dos 15 formandos, dois não disputam: Mário que não participa e Marcela que já tem sua vaga reservada. Daí, **13** formandos disputam **5** lugares!

Para descobrirmos o total de diferentes comissões, basta fazer uma Combinação de **13** formandos para **5** lugares:

$$C_{13,5} = \frac{13!}{8! \cdot 5!} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8!}{8! \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 13 \cdot 11 \cdot 9 = 1287 \rightarrow \textbf{Resposta!}$$

Essa questão foi anulada! Nenhuma das alternativas continha a resposta correta!

10. **(Esaf) Um grupo de estudantes encontra-se reunido em uma sala para escolher aleatoriamente, por sorteio, quem entre eles irá ao Simpósio de Matemática do próximo ano. O grupo é composto de 15 rapazes e de um certo número de moças. Os rapazes cumprimentam-se, todos e apenas entre si, uma única vez; as moças cumprimentam-se, todas e apenas entre si, uma única vez. Há um total de 150 cumprimentos. O número de moças é, portanto, igual a:**
    a) 10;
    b) 14;
    c) 20;
    d) 25;
    e) 45.

Solução:

No cumprimento entre duas pessoas a ordem não é relevante, por exemplo: “Maria cumprimenta Ana” é o mesmo que “Ana cumprimenta Maria”. Dessa forma, usaremos a fórmula da Combinação para o cálculo do número de cumprimentos possíveis.

O número de cumprimentos entre os 15 rapazes é igual a:

→ $$C_{15,2} = \frac{15!}{2! \cdot (15-2)!} = \frac{15!}{2! \cdot 13!} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13!}{2! \cdot 13!} = \frac{15 \cdot 14}{2} = 105$$

Chamaremos de **x** o número de moças presentes no grupo. O número de cumprimentos entre as x moças é dado pela combinação:

→ $$C_{x,2} = \frac{x!}{2! \cdot (x-2)!} = \frac{x \cdot (x-1) \cdot (x-2)!}{2! \cdot (x-2)!} = \frac{x \cdot (x-1)}{2}$$

A soma dos cumprimentos dos rapazes e dos cumprimentos das moças deve ser igual ao valor informado no enunciado: total de 150 cumprimentos. Portanto, faremos a igualdade:

→ $$105 + \frac{x \cdot (x-1)}{2} = 150$$

Resolvendo:

→ $105 + \dfrac{x^2 - x}{2} = 150$ → $210 + x^2 - x = 300$

→ $210 + x^2 - x = 300$ → $x^2 - x - 90 = 0$

A solução dessa equação do 2º grau é: **x = 10**. Portanto, temos 10 moças no grupo.

Resposta: Alternativa A.

Como acréscimo didático, vamos calcular, no grupo formado por 15 rapazes e 10 moças, o número de cumprimentos possíveis nas duas situações mostradas a seguir:

a) O número de cumprimentos possíveis entre os componentes do grupo.

b) O número de cumprimentos possíveis entre um rapaz e uma moça.

Solução da letra a):

Já sabemos que no momento do cumprimento entre duas pessoas a ordem não é relevante. Devemos, então, fazer uma combinação do total de pessoas do grupo (25) dois a dois. Teremos:

→ $$C_{25,2} = \frac{25!}{2! \cdot (25-2)!} = \frac{25!}{2! \cdot 23!} = \frac{25 \cdot 24}{2} = 300 \text{ cumprimentos}$$

Solução da letra b):

O cumprimento é realizado por duas pessoas e, nesse caso, queremos um representante dos rapazes e uma representante das moças. Isso é equivalente a formar uma comissão de duas pessoas, sendo um rapaz e uma moça. Portanto, a solução deste item será realizada de igual forma à das questões de comissão.

comissão

____	____
rapaz	moça