ALEX LIRA
ALEXANDRE MEIRELLES

MATEMÁTICA FINANCEIRA DEFINITIVA

para Concursos

2021

EDITORA *Jus*PODIVM
www.editorajuspodivm.com.br

CAPÍTULO 1

PORCENTAGEM

1. INTRODUÇÃO

O QUE VEREMOS

Com certeza você já viu o símbolo de **Porcentagem** antes: **%**. Ele aparece bastante em provas, sobretudo em Matemática Financeira, além de estar presente em vários aspectos da nossa vida cotidiana.

Neste capítulo, estudaremos o conceito da operação de porcentagem, conheceremos as várias formas de representar o número percentual, aprenderemos como calcular a porcentagem de um número, analisaremos como este assunto está relacionado a operações sobre mercadorias e trataremos de formas práticas para determinar aumentos e descontos percentuais.

COMO APARECE NOS EDITAIS

Geralmente, este assunto aparece de maneira bem evidente nos editais. As bancas simplesmente trazem no conteúdo programático a abrangente expressão "Porcentagem", de modo que o candidato precisará estar apto a resolver questões que abordem qualquer aspecto do tópico.

COMO É COBRADO NAS PROVAS

Geralmente, a identificação deste assunto nas provas de concursos é bem óbvia, pois aparecerão no enunciado valores em termos percentuais, será exigido o cálculo da porcentagem de uma determinada operação ou exigirá a variação percentual (aumento ou redução) de certos valores.

OBJETIVOS

Os nossos objetivos ao final deste capítulo é que você consiga:

1) entender as formas de representar um valor percentual;

2) calcular a porcentagem de um número, bem como o aumento ou redução percentual correspondente;
3) aplicar os conceitos e cálculos apresentados às operações sobre mercadorias;
4) compreender a variação percentual existente nas mais diversas situações.

2. PORCENTAGEM

Inicialmente, precisamos compreender a **ideia da porcentagem**. Entender bem isso vai ser fundamental no seu progresso deste assunto. A boa notícia é que se trata de um conceito simples e prático. Bem, imagine uma notícia num jornal televisivo informando que o custo de vida no Brasil aumentou 16%. Ora, isso indica que a cada R$ 100,00 houve um aumento de R$ 16,00. Da mesma forma, a cada R$ 200,00 existe um acréscimo de R$ 32,00. E assim por diante. Desse modo, temos que a expressão 16% significa 16 a cada 100.

Da mesma forma, suponha, agora, que uma loja está oferecendo um desconto de 12% em todas as suas mercadorias. Isso significa que a cada R$ 100,00 em compras o cliente terá um desconto de R$ 12,00.

BIZU!

A expressão p% significa p a cada 100.

2.1. Formas de representação

Podemos dizer que **Porcentagem** é toda **razão** cujo consequente é 100, conhecida como **razão centesimal**. De fato, a expressão **por cento** quer dizer **dividido por cem**.

Além disso, o símbolo **%** sempre vem depois de um número. Ele quer dizer apenas que este número está dividido por 100.

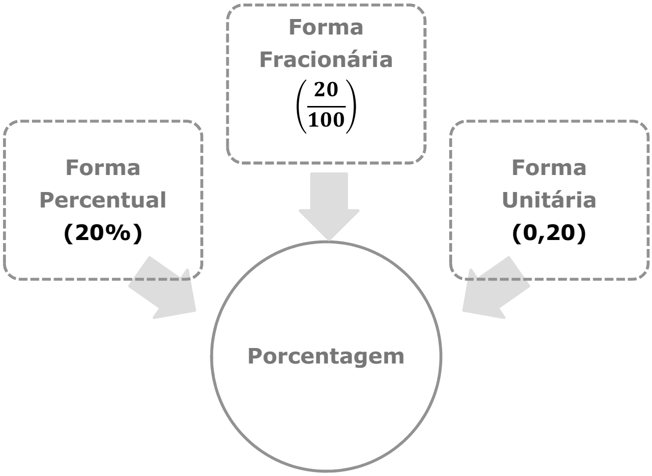
Por exemplo, se escrevemos 20%, que é uma **taxa percentual**, isto significa que o número 20 está sendo dividido por 100, ou seja, 20% é igual a $\frac{20}{100}$, que também pode ser escrito na **forma unitária** 0,20.

Assim, fica claro que toda fração com denominador igual a **100** pode ser lida na forma de **porcentagem**. Para exemplificar, a fração $\frac{27}{100}$ corresponde a 0,27 e em termos percentuais fica 27%. Similarmente, temos que:

$$\frac{53}{100} = 0{,}53 = 53\%$$

$$\frac{237}{100} = 2{,}37 = 237\%$$

Portanto, existem três maneiras de **representar** o número percentual:



Agora que conhecemos as principais maneiras de representar o valor percentual, é muito importante também que saibamos **transformar uma forma de representação em outra**!

- **Transformação da forma fracionária para a percentual**:

Suponha que num bairro a cada 4 meninos, 3 jogam futebol. Vamos determinar a porcentagem de meninos que jogam futebol.

Perceba que temos uma **razão**, em que no denominador sempre vai estar representado o total (4) e no numerador ficará a quantidade de partes do total que estamos lidando (3):

$$\frac{3}{4}$$

Agora queremos saber a qual porcentagem corresponde essa fração. Neste caso, basta formar uma ***proporção*** na qual a <u>primeira razão</u> é igual à própria fração dada e a <u>segunda razão</u> é igual a $\frac{\boldsymbol{x}}{100}$, em que ***x*** será a porcentagem procurada. Logo:

$$\frac{3}{4} = \frac{x}{100}$$

Multiplicando cruzado, obtemos:

$$4x = 100 \times 3 \Rightarrow \boldsymbol{x} = \frac{300}{4} = 75\boldsymbol{\%}$$

Portanto, 75% dos meninos do bairro gostam de jogar futebol.

Veja outros exemplos a seguir:

$$\frac{1}{4}\ \textbf{\textit{(fracionária)}} \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{\boldsymbol{x}}{100} \rightarrow \boldsymbol{x} = \frac{100}{4} \rightarrow \boldsymbol{x} = 25\%\ \textbf{\textit{(percentual)}}$$

$$\frac{2}{25}\ \textbf{\textit{(fracionária)}} \rightarrow \frac{2}{25} \times 100 = 2 \times 4 = 8\%\ \textbf{\textit{(percentual)}}$$

- **Transformação da forma percentual para a fração**:

Esta conversão é bem mais simples. Digamos que o nosso objetivo consiste em transformar a taxa 45% em uma fração. Neste caso, basta lembrar que uma porcentagem corresponde a uma razão centesimal, ou seja, trata-se de uma fração com denominador igual a 100 e numerador igual à porcentagem apresentada. Assim, ficamos com:

$$45\% = \frac{45}{100}$$

Assim, **da forma percentual para a fracionária**, basta tornar a própria porcentagem o **numerador** da fração, ao passo que 100 será o **denominador**. Em seguida, simplificamos a fração resultante, caso seja necessário.

$$35\ \%\ \text{(percentual)} \rightarrow \frac{35}{100} = \frac{7}{20}\ \text{(fracionária)}$$

$$4\ \%\ \text{(percentual)} \rightarrow \frac{4}{100} = \frac{1}{25}\ \text{(fracionária)}$$

- **Transformação da forma percentual para a decimal**:

Esta conversão é ainda mais fácil. Suponha que queiramos saber qual é o número decimal correspondente à taxa de 21%. Ora, simplesmente fazemos a divisão de 21 por 100, que <u>não requer cálculo</u>, isto é, basta eu movimentar a vírgula duas casas para a esquerda:

$$21\% = \frac{21}{100} = 0{,}21$$

2.2. Cálculo da porcentagem de um número

Apresentaremos a seguir formas práticas de resolução para determinar o **cálculo da porcentagem de um número**.

Imagine uma prova com 40 questões, sendo que cada uma delas vale 1 ponto. Se fiz 18 pontos, qual foi o meu desempenho em termos percentuais?

Vamos aplicar na resolução deste problema um artifício interessante, simples e bem objetivo para obtermos um **percentual**. Consiste em dividir a **parte** pelo **todo** e multiplicar o resultado pelo **total**:

$$\frac{\textbf{Parte}}{\textbf{Todo}} \times \textbf{Total} = \textbf{Percentual}$$

Aplicando isso ao caso que estamos tratando, o "todo" é a quantidade máxima de pontos que alguém pode conseguir na prova. Por sua vez, a "parte" é o quanto acertei do "todo". E o "total" é 100%, já que o enunciado não impôs limite quanto ao número de questões que estamos lidando. Logo:

$$\frac{18}{40} \times 100\% = \frac{18}{40} \times 1 = 0,45 = 45\%$$

Assim, nessa prova consegui acertar **45%** dos pontos possíveis.

Dado o **percentual**, para achar a quantidade referente à **parte**, basta multiplicar o percentual pelo **todo**.

Parte = Todo x Percentual

Embora não seja a única, essa comparação de **parte** e **todo** é a utilização mais frequente da porcentagem.

Agora vamos determinar quanto é 45% de R$ 5.000,00.

Inicialmente, perceba que 45% é igual a 45/100. Em seguida, note que a expressão "DE" corresponde a uma **multiplicação**. Assim, temos:

$$45\% \textbf{ de } R\$\ 5.000 = \frac{45}{1\cancel{00}} \times 5.0\cancel{00} = R\$\,2.250,00$$

Desse modo, dizemos que R$ 2.250,00 representam 45% de R$ 5.000,00.

TOME NOTA!

Dados dois números, ***A*** e ***B***, dizemos que ***A*** é igual a ***p%*** de ***B*** quando o valor ***A*** é igual a ***p/100*** de ***B***.

A é p% de B $\Leftrightarrow$ A = $\frac{p}{100}.B$

Também poderíamos solucionar o problema por meio de uma regra de três:

Quantia	Porcentagem
R$ 5.000,00	100%
x	45%

Multiplicando as diagonais, obtemos:

$$100X = 5.000 \times 45 \Rightarrow \mathbf{X} = \frac{225.000}{100} = \mathbf{R}\$2.250,00$$

Adicionalmente, precisamos saber efetuar o **cálculo de um número dada uma porcentagem**. Neste sentido, imagine uma prova em que 9 alunos reprovaram, os quais representam 36% do total de alunos. Esta turma é composta por quantos alunos?

Um caminho de resolução consiste no uso de uma **regra de três simples**, em que 9 corresponde a 36% e o total de alunos (T) refere-se a 100%:

Alunos	Porcentagem
9	36%
T	100%

Multiplicando as diagonais, obtemos:

$$36T = 100 \times 9 \Rightarrow \boldsymbol{T} = \frac{900}{36} = 25$$

Assim, há 25 alunos na turma.

Outra maneira de resolvermos o problema é por meio do conceito de porcentagem. De acordo com as informações apresentadas, temos que 36% do total de alunos corresponde a 9 alunos. Ou seja:

$$\frac{36}{100} \times T = 9$$

Passando o número 100 multiplicando para o outro lado, obtemos:

$$36T = 9 \times 100 \Rightarrow \boldsymbol{T} = \frac{900}{36} = 25$$

Chegamos ao <u>mesmo resultado</u>, mas a aplicação dos nossos conhecimentos de porcentagem mostra-se **bem mais prática** quando comparada ao artifício da regra de três.

Veja como esse assunto já foi cobrado!

QUESTÃO 01 (CESGRANRIO – Liquigás/Ass Adm/2013) Em janeiro de 2013, uma empresa demitiu 12 de seus 150 empregados e teve 3 empregados licenciados por motivos de saúde. Qual o índice de desligamentos do mês?

a) 15% b) 12% c) 10% d) 8% e) 5%

RESOLUÇÃO:

Temos que a razão entre os desligamentos e o total de empregados é igual a:

$$\frac{12}{150} = 0,08$$

E podemos escrever esse número decimal encontrado como:

$$0,08 = 0,08 \times \frac{100}{100} = \frac{8}{100} = 8\%$$

Gabarito: D.

OBSERVAÇÃO: Apesar da questão ser simples, há uma pegadinha aqui. Poderíamos ficar tentados a considerar que houve 12 + 3 = 15 desligamentos, mas não podemos fazer isso! Afinal, os 3 funcionários em licença saúde não foram desligados da empresa.

QUESTÃO 02 (COSEAC – UFF/Aux Adm/2014) Uma loja de sapatos ofereceu um desconto de 40% na compra de qualquer produto. O valor do desconto de um sapato de R$ 560,00 é de:

a) R$ 210,00. b) R$ 224,00. c) R$ 404,00. d) R$ 336,00. e) R$ 260,00.

RESOLUÇÃO:

O desconto, D, será dado por:

$$D = 560 \times 40\% \quad \rightarrow \quad D = \frac{560 \times 40}{100} \quad \rightarrow \quad \mathbf{D = R\$224,00}$$

Gabarito: B.

QUESTÃO 03 (ESAF – Ag Exec/SUSEP/2006) Em um concurso, de cada 100 candidatos, 60 eram mulheres e 40 homens. Considerando que a porcentagem de aprovação entre os candidatos mulheres foi de 20% e entre os homens foi de 15%, calcule a porcentagem de aprovação em geral entre os candidatos, independentemente do sexo.

a) 15% b) 17% c) 18% d) 19% e) 20%

RESOLUÇÃO:

Digamos que são apenas 100 candidatos, sendo 60 mulheres e 40 homens.

Vamos trabalhar com cada informação fornecida pelo enunciado

20% das mulheres foram aprovadas.

Logo, multiplicando o percentual pelo ***todo***, o número de mulheres aprovadas é:

$$\frac{20}{100}.60 = 12$$

Assim, ***doze mulheres foram aprovadas***.

15% dos homens foram aprovados.

Logo, multiplicando o percentual pelo ***todo***, o número de homens aprovados é:

$$\frac{15}{100}.40 = 6$$

Assim, ***doze mulheres foram aprovadas***.

Somando homens e mulheres, a quantidade de aprovados é $12 + 6 = \mathbf{18}$. Logo, temos 18 aprovados em um total de 100 pessoas, de forma que o percentual geral de aprovados é:

$$\frac{\textbf{\textit{Parte}}}{\textbf{\textit{Todo}}} = \frac{18}{100} = 18\%$$

Gabarito: C.

QUESTÃO 04 (ESAF – Auditor-Fiscal do Trabalho/MTE/2010) Em uma universidade, 56% dos alunos estudam em cursos da área de ciências humanas e os outros 44% estudam em cursos da área de ciências exatas, que incluem matemática e física. Dado que 5% dos alunos da universidade estudam matemática e 6% dos alunos da universidade estudam física e que não é possível estudar em mais de um curso na universidade, qual a proporção dos alunos que estudam matemática ou física entre os alunos que estudam em cursos de ciências exatas?

a) 20,00%. b) 21,67%. c) 25,00%. d) 11,00%. e) 33,33%.

CAPÍTULO 2

JUROS SIMPLES

1. INTRODUÇÃO

O QUE VEREMOS

Neste capítulo, estudaremos o assunto **Juros Simples**, o qual tem forte relação com a **Matemática Financeira**, razão pela qual destinamos um tópico específico para falar um pouco sobre essa disciplina, de modo a te proporcionar uma verdadeira introdução ao mundo financeiro.

Veremos como o dinheiro se comporta ao longo do tempo, conheceremos os elementos presentes numa operação de juros simples, as equações relacionadas e os principais tipos de taxas presentes neste regime de capitalização e a regra universal da Matemática Financeira. Finalizaremos apresentando temas específicos do assunto para que você tenha uma visão bastante ampla dele.

COMO APARECE NOS EDITAIS

Geralmente, este assunto aparece de maneira bem evidente nos editais. As bancas simplesmente trazem no conteúdo programático a abrangente expressão "*Juros Simples*", de modo que o candidato precisará estar apto a resolver questões que abordem qualquer aspecto do tópico. Mas também já vimos ser cobrado nos seguintes termos: "*Juros simples e compostos: capitalização e desconto*"; "*Juros simples: montante, juros e taxas equivalentes*".

Para ajudar você, resolveremos dezenas de questões cobradas em concursos, o que trará uma visão prática do assunto, e traremos diversos esquemas didáticos para tornar mais fácil a visualização do que é estudado.

COMO É COBRADO NAS PROVAS

Praticamente toda questão de Matemática Financeira descreve uma operação com valores monetários (dinheiro). Dentro desse universo, a identificação de uma questão de Juros Simples é feita de duas formas: será dito expressamente que trabalharemos com o regime de capitalização simples ou mencionará que a taxa aplicada na operação é do regime de juros simples.

Daí, o enunciado apresenta uma determinada situação, com alguns dados e pedirá para o candidato calcular um dos elementos que compõem a operação de juros. Para isso, você precisará recordar as fórmulas que trabalharemos, aplicá-las corretamente e saber resolver operações de multiplicação e divisão de números decimais com bastante agilidade.

OBJETIVOS

Os nossos objetivos ao final deste capítulo é que você consiga:

1) aplicar corretamente as equações dos juros simples, sabendo identificar numa questão de prova a qual elemento cada dado se refere;
2) entender bem a diferenciação entre os regimes de capitalização existentes;
3) analisar adequadamente os tipos de juros e taxas que lhe forem apresentados.

2. ANÁLISE DA COBRANÇA DO ASSUNTO EM PROVAS

Observe a seguir os percentuais de incidência nos últimos anos do assunto deste capítulo em relação ao volume de questões de todos os temas analisados na nossa matéria. Lembramos que quanto maior o percentual de cobrança de um dado assunto, maior sua importância.

ASSUNTO	CEBRASPE	FCC	DEMAIS BANCAS
	% de cobrança	% de cobrança	% de cobrança
Juros Simples	**10,41%**	**29,87%**	**27,66%**

É possível perceber que em quase todas as organizadoras o presente tópico possui uma importância **muito alta**, especialmente para a **FCC**, mas nem tanto para o Cebraspe.

E o que é mais cobrado dentro deste assunto, professores?

Considerando os tópicos que compõem este capítulo, possuímos a seguinte distribuição percentual:

ASSUNTO	CEBRASPE	FCC	DEMAIS BANCAS
	% de cobrança	% de cobrança	% de cobrança
Equações de Juros simples	83,61%	68,94%	93,07%
Juros exatos, bancários e comerciais	3,28%	0,00%	1,11%

ASSUNTO	CEBRASPE % de cobrança	FCC % de cobrança	DEMAIS BANCAS % de cobrança
Taxas equivalentes e proporcionais no regime simples	11,48%	30,43%	4,99%
Capital médio, taxa média e prazo médio	1,64%	0,62%	0,83%

Repare que todas as bancas gostam demais de cobrar em suas provas as **Equações de Juros Simples**, de modo que você precisará dar uma maior atenção nos seus estudos a esse tópico.

3. A MATEMÁTICA FINANCEIRA

O tema deste capítulo é estudado numa área denominada **matemática financeira.** Ela tem por função analisar as várias formas de **evolução do valor do dinheiro no tempo**. A partir dela podemos gerar análise e comparações que nos permitam definir as melhores alternativas para a aplicação ou obtenção de recursos financeiros. Sim, meus amigos, mais do que em qualquer outro momento de nosso curso, trabalharemos com "finanças", com valores monetários. Não encontraremos uma só questão dessa matéria em que não esteja envolvido DINHEIRO ou TÍTULOS, como uma duplicata, uma nota promissória, um cheque, etc.

Imagine que você deseje adquirir alguns livros e não disponha de dinheiro (o que é muito normal nessa fase momentânea da vida rsrs). Nessas condições você pode efetuar a compra a prazo ou tentar um empréstimo em uma instituição financeira.

Bem, em qualquer um desses casos você geralmente pagará também uma quantia ao seu **credor**, a título de **juros**. A cobrança é justificada pelo **prazo** obtido para o pagamento ou pelo "aluguel" do **capital** emprestado. À soma desses dois valores dá-se o nome de **Montante**.

Da mesma forma que na operação de crédito, os juros podem se aplicar a uma operação de **investimento**. Quando você realiza uma aplicação financeira, o capital investido gera juros, produzindo um montante ao final do período de investimento.

Como os juros são a remuneração do capital, é comum dizer-se que os juros formam o **custo do capital**. É quanto o **credor quer receber** para deixar de usar aquele capital pelo prazo do empréstimo e quanto o **tomador aceita pagar** para fazer o uso de um determinado capital.

Juros

Remuneração ou **custo** do capital

Por exemplo, suponha que uma pessoa pegue 1.000 reais emprestados em um banco. Depois de algum tempo, quita essa dívida pagando ao banco 1.010 reais. Quais foram os juros dessa operação?

Vimos que o Montante (M) é igual à soma do Capital (C) e dos Juros (J), ou seja:

$$M = C + J$$

Nessa operação, C = 1.000 e M = 1.010, logo:

$$1.010 = 1.000 + J$$
$$\boldsymbol{J = 10 \text{ reais}}$$

Muito tranquilo, não é mesmo?

Será que conseguimos determinar o valor percentual a que esses juros correspondem em relação ao capital? Para isso, fazemos:

$$\frac{J}{C} = \frac{10}{1.000} = 0{,}001 = 1\%$$

Portanto, os juros pagos no nosso exemplo corresponderam a **1% do capital**.

Vocês saberiam dizer se esses juros são altos ou baixos? Reflitam um pouco sobre isso.

Refletiram? Altos ou baixos? Acertou quem disse que **depende do prazo**. Para ver isso, vamos imaginar duas situações:

(a) o empréstimo teve prazo de **1 ano**;

(b) o empréstimo teve prazo de **1 dia**.

Tenho certeza que no caso “a” todos considerariam os juros bem baixos, mas que no caso “b” os considerariam bem elevados. Estou certo?

No caso “a” tivemos juros de **1% ao ano**; no caso “b” tivemos juros de **1% ao dia**. Vemos, então, que para avaliar os juros é preciso conhecer o prazo a que se referem.

Os juros de uma operação podem, portanto, serem expressos como um percentual do capital em um determinado prazo. A essa forma de expressar os juros chamamos de **TAXA DE JUROS**.

Daí meus amigos, podemos concluir que na matemática financeira **o dinheiro está sempre vivo**!

Em todas as questões de matemática financeira uma característica é marcante, aliás é uma verdadeira **Lei**: **o dinheiro está sempre em movimento**!

Qual é a consequência disso?

Ora, isso significa que se hoje tenho R$100,00 guardado numa poupança, amanhã já possuirei um valor um pouco (bem pouco mesmo) maior que isso! Por outro lado, se hoje devo R$100,00 no cheque especial da minha conta, a minha dívida amanhã já será outra! Nessa operação o seu banco calcula os juros todo mês e incorpora-o ao montante que você vai resgatar ao final da aplicação. A essa operação, damos o nome de **capitalização**.

Na **capitalização**, os juros são calculados a cada período de tempo decorrido e adicionados ao montante. Na situação descrita acima, os juros são anuais e a capitalização é mensal. Ela também poderia ser uma capitalização diária, semestral, bimestral etc.

Os **Regimes de Capitalização** determinam a forma como os juros são calculados nos períodos de capitalização, ou seja, são os **métodos pelos quais os capitais são remunerados**.

Até aqui tudo bem? Esperamos que sim! Então, vamos adiante.

3.1. Os Regimes da Matemática Financeira

Podemos comparar a matemática financeira ao que aconteceu com países como a Coreia, que foi dividida em duas: Coreia do Norte e Coreia do Sul. De fato, a nossa disciplina também é dividida, só que em dois blocos, denominados **regimes de capitalização: Regime Simples** e **Regime Composto**.

Sim, toda e qualquer questão de matemática financeira inevitavelmente se enquadrará em um desses regimes. Daí o primeiro passo que daremos nos exercícios que solucionaremos é **definir em qual dos regimes estamos trabalhando**, se no regime simples ou no composto!

E se eu não der atenção a isso?

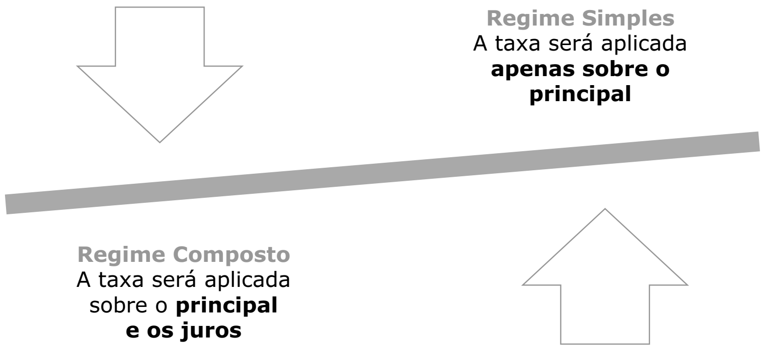
Simples, **errará a questão**, pois quando o enunciado for de Juros, por exemplo, se esta operação estiver no regime simples, encontraremos uma resposta para o problema; se estiver no regime composto, a resposta será diferente!

Ok, professores. Entendi isso. Mas, o que diferencia um regime do outro?

Bem, na **capitalização simples somente o valor principal rende juros**, ou seja, o percentual de juros incidirá apenas sobre o capital inicial, e nunca sobre os juros que são produzidos a cada período de aplicação. Em outras palavras, **não é gerado juro sobre juro**.

Já na **capitalização composta**, **o percentual de juros incidirá sobre o capital inicial acrescido dos juros** que são produzidos a cada período de aplicação, **gerando assim juro sobre juro**.

TOME NOTA



Neste capítulo, nos concentraremos no regime simples.

Veja como esse assunto já foi cobrado!

QUESTÃO 01 (CESPE – FUB/Contador – 2011) No regime de juros simples, não ocorre capitalização.

RESOLUÇÃO:

A **capitalização** é a incorporação do juros ao capital. Há dois regimes de capitalização: **simples** e **composto**.

No regime **simples**, os juros são calculados sempre sobre o valor inicial, não ocorrendo qualquer alteração da base de cálculo durante o período de cálculo dos juros.

No regime **composto**, os juros produzidos num período serão acrescidos ao valor aplicado (sofrerão capitalização) e no próximo período também produzirão juros, formando os 'juros sobre juros".

Portanto, capitalização acontece em Juros Compostos, apenas.

Gabarito: Certo.

3.2. Fluxo de Caixa

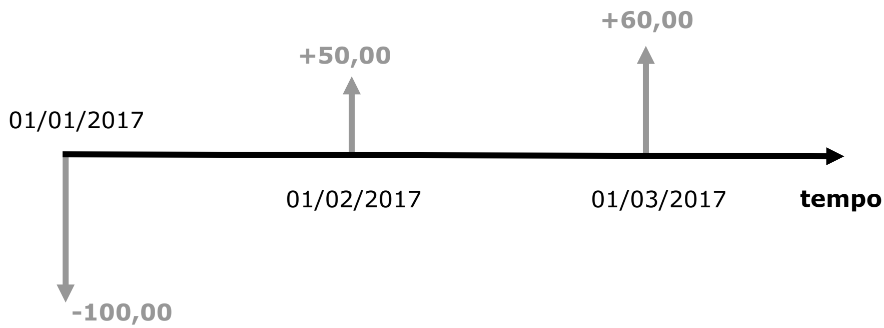
O **fluxo de caixa** é uma representação de **entradas** e **saídas** de recursos em **diferentes instantes de tempo**. Pode ser apresentado em forma de uma **tabela** ou por meio de uma representação gráfica.

Uma tabela que representa um fluxo de caixa deve conter as **datas** das movimentações financeiras e os **valores** das **entradas** e **saídas** correspondentes. Exemplo:

Data	Fluxo
01/01/2017	-100,00
01/02/2017	+50,00
01/03/2017	+60,00

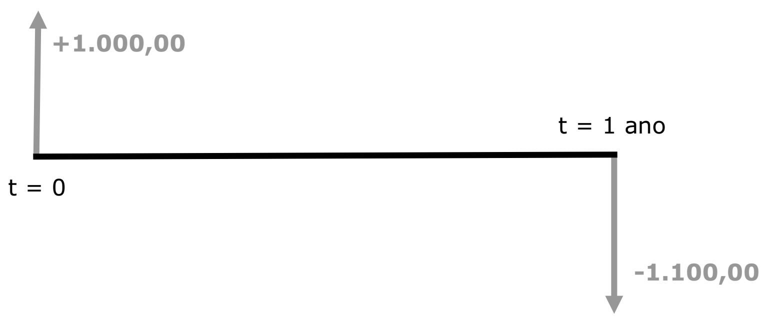
A tabela nos mostra que no dia primeiro de janeiro houve um desembolso (**saída**) de 100 reais. Em compensação, em primeiro de fevereiro houve um recebimento (**entrada**) de 50 reais e em primeiro de março outra **entrada** de 60 reais.

A representação gráfica do **fluxo de caixa** utiliza uma linha do tempo, com **setas para cima** indicando **entradas** de recursos e **setas para baixo** indicando **saída** de recursos. Os tamanhos das setas são proporcionais aos valores correspondentes. O fluxo da tabela acima ficaria representado assim:



Quando falarmos de equivalência financeira (ou de capitais), séries de pagamentos e análise de investimentos, usaremos bastante essa representação.

Uma operação simples de crédito, em que uma pessoa toma emprestados 1.000 reais e paga ao banco 1.100 reais após 1 ano, pode ser representada pelo seguinte fluxo de caixa:



Notem que no instante inicial (t=0) a pessoa recebe um capital de 1.000 reais (entrada de 1.000 reais) e ao final da operação, paga o montante de 1.100 reais ao banco para quitar a dívida (saída de 1.100 reais). Qual o valor dos juros pagos? Qual a taxa de juros?

$$M = C + J$$

$$1.100 = 1.000 + J$$

$$J = 100 \text{ reais}$$

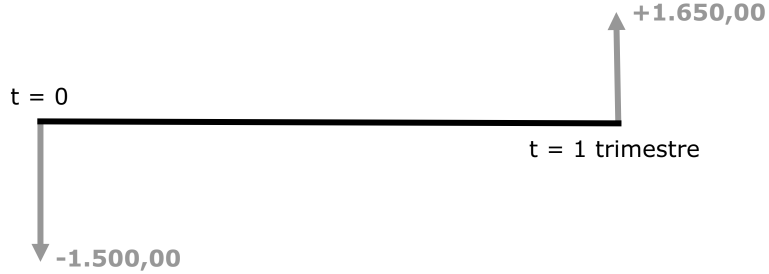
Para calcular a taxa de juros da operação, fazemos:

$$i = \frac{J}{C}$$

$$i = \frac{100}{1.000} = 0,10 = 10\% \ a.a.$$

Lembre sempre que a taxa de juros precisa fazer referência a um período! Nesse caso, como a operação teve um prazo de 1 ano, a taxa de juros estará expressa ao ano (a.a.).

Analise agora o seguinte fluxo de caixa. O que ele representa, na sua opinião?



Vemos que no instante inicial, houve um desembolso (**saída**) de 1.500 reais, com um recebimento (**entrada**) de 1.650 reais 3 meses (1 trimestre) depois. Podemos interpretar esse fluxo como uma **aplicação financeira**, onde o desembolso inicial corresponde ao **capital aplicado** pelo investidor e o recebimento 3 meses depois corresponde ao **montante resgatado** da aplicação.

Quais são os juros e qual a taxa de juros dessa aplicação?

$$M = C + J$$

$$1.650 = 1.500 + J$$

$$J = 150 \text{ reais}$$

APÊNDICE 1

TABELAS FINANCEIRAS

TABELA I - FATOR DE ACUMULAÇÃO DE CAPITAL

$$a_n = (1 + i)^n$$

n/i	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	12%	15%	18%
1	1,010000	1,020000	1,030000	1,040000	1,050000	1,060000	1,070000	1,080000	1,090000	1,100000	1,120000	1,150000	1,180000
2	1,020100	1,040400	1,060900	1,081600	1,102500	1,123600	1,144900	1,166400	1,188100	1,210000	1,254400	1,322500	1,392400
3	1,030301	1,061208	1,092727	1,124864	1,157625	1,191016	1,225043	1,259712	1,295029	1,331000	1,404928	1,520875	1,643032
4	1,040604	1,082432	1,125508	1,169858	1,215506	1,262476	1,310796	1,360488	1,411581	1,464100	1,573519	1,749006	1,938777
5	1,051010	1,104081	1,159274	1,216652	1,276281	1,338225	1,402552	1,469329	1,538624	1,610510	1,762341	2,011357	2,287758
6	1,061520	1,126162	1,194052	1,265319	1,340095	1,418519	1,500730	1,586874	1,677100	1,771561	1,973822	2,313061	2,699554
7	1,072135	1,148685	1,229873	1,315931	1,407100	1,503630	1,605781	1,713824	1,828039	1,948717	2,210681	2,660020	3,185474
8	1,082856	1,171659	1,266770	1,368569	1,477455	1,593848	1,718186	1,850930	1,992562	2,143588	2,475963	3,059023	3,758859
9	1,093685	1,195092	1,304773	1,423311	1,551328	1,689478	1,838459	1,999004	2,171893	2,357947	2,773078	3,517876	4,435454
10	1,104622	1,218994	1,343916	1,480244	1,628894	1,790847	1,967151	2,158925	2,367363	2,593742	3,105848	4,045558	5,233835
11	1,115668	1,243374	1,384233	1,539454	1,710339	1,898298	2,104852	2,331639	2,580426	2,853116	3,478549	4,652391	6,175926
12	1,126825	1,268242	1,425760	1,601032	1,795856	2,012196	2,252191	2,518170	2,812665	3,138428	3,895975	5,350250	7,287592
13	1,138093	1,293606	1,468533	1,665073	1,885649	2,132928	2,409845	2,719623	3,065804	3,452271	4,363493	6,152787	8,599359
14	1,149474	1,319479	1,512589	1,731676	1,979931	2,260903	2,578534	2,937193	3,341727	3,797498	4,887112	7,075706	10,147244
15	1,160969	1,345868	1,557967	1,800943	2,078928	2,396558	2,759031	3,172169	3,642482	4,177248	5,473565	8,137061	11,973748
16	1,172578	1,372786	1,604706	1,872981	2,182874	2,540351	2,952164	3,425942	3,970306	4,594972	6,130393	9,357621	14,129022
17	1,184304	1,400241	1,652847	1,947900	2,292018	2,692772	3,158815	3,700018	4,327633	5,054470	6,866040	10,761264	16,672246
18	1,196147	1,428246	1,702433	2,025816	2,406619	2,854339	3,379932	3,996019	4,717120	5,559917	7,689966	12,375453	19,673251

TABELA II - FATOR DE VALOR ATUAL DE UMA SÉRIE DE PAGAMENTOS IGUAIS

$$a_{n\neg i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

n/i	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	12%	15%	18%
1	0,990099	0,980392	0,970874	0,961538	0,952381	0,943396	0,934579	0,925926	0,917431	0,909091	0,892857	0,869565	0,847457
2	1,970395	1,941561	1,913469	1,886094	1,859410	1,833393	1,808018	1,783265	1,759111	1,735537	1,690051	1,625709	1,565642
3	2,940985	2,883883	2,828611	2,775091	2,723248	2,673012	2,624316	2,577097	2,531295	2,486852	2,401831	2,283225	2,174273
4	3,091965	3,807728	3,717098	3,629895	3,545951	3,465105	3,387211	3,312127	3,239720	3,169865	3,037349	2,854978	2,690062
5	4,853431	4,713459	4,579707	4,451822	4,329476	4,212364	4,100197	3,992710	3,889651	3,790787	3,604776	3,352155	3,127171
6	5,795476	5,601431	5,417191	5,242137	5,075692	4,917324	4,766539	4,622879	4,485918	4,355261	4,111407	3,784482	3,497602
7	6,728194	6,471991	6,230283	6,002054	5,786373	5,582381	5,389289	5,206370	5,032953	4,868419	4,563756	4,160420	3,811527
8	7,651678	7,325481	7,019692	6,732745	6,463213	6,209794	5,971298	5,746639	5,534819	5,334926	4,967640	4,487321	4,077566
9	8,566017	8,162237	7,786109	7,435331	7,107821	6,801692	6,515232	6,246888	5,995247	5,759024	5,328250	4,771584	4,303022
10	9,471304	8,982585	8,530203	8,110896	7,721735	7,360087	7,023581	6,710081	6,417657	6,144567	5,650223	5,018768	4,494086
11	10,367628	9,786848	9,252624	8,760477	8,306414	7,886874	7,498674	7,138964	6,805190	6,495061	5,937699	5,233712	4,656005
12	11,255077	10,575341	9,954004	9,385074	8,863251	8,383844	7,942686	7,536078	7,160725	6,813692	6,194374	5,420619	4,793225
13	12,133740	11,348374	10,634955	9,985648	9,393573	8,852683	8,357650	7,903776	7,486904	7,103356	6,423548	5,583147	4,909513
14	13,003703	12,106249	11,296073	10,563123	9,898641	9,294984	8,745468	8,244237	7,786150	7,366687	6,628168	5,724475	5,008062
15	13,865052	12,849263	11,937935	11,118387	10,379658	9,712249	9,107914	8,559478	8,060688	7,606079	6,810864	5,847370	5,091578
16	14,717874	13,577709	12,561102	11,652295	10,837769	10,105895	9,446648	8,851369	8,312558	7,823708	6,973986	5,954235	5,162354
17	15,562251	14,291872	13,166118	12,165669	11,274066	10,477259	9,763223	9,121638	8,543631	8,021553	7,119630	6,047161	5,222334
18	16,398268	14,992031	13,753513	12,659297	11,689587	10,827604	10,059087	9,371887	8,755625	8,201412	7,249670	6,127966	5,273164