

SUMÁRIO

Siglas utilizadas neste livro	33
-------------------------------------	----

UNIDADE 1 – MATEMÁTICA DE NÍVEL FUNDAMENTAL

CAPÍTULO 1 – OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS, FRACIONÁRIOS E

DECIMAIS	37
1. Introdução	37
2. Números Inteiros	37
2.1. A reta numérica	38
2.2. Ordem e simetria	38
2.3. Módulo de um número inteiro	39
2.4. Operações	40
2.4.1. Adição	40
2.4.1.1. Propriedades	41
2.4.2. Subtração	43
2.4.2.1. Propriedades	44
2.4.3. Multiplicação	46
2.4.3.1. Propriedades	47
2.4.4. Divisão	51
2.4.5. Regras de sinais	56
2.4.6. Regras para a retirada de parênteses	56
3. Números Fracionários	58
3.1. Classificação	58
3.2. Operações	60
3.2.1. Adição e Subtração de Frações	60
3.2.2. Multiplicação de Frações	62
3.2.3. Divisão de Frações	63
3.3. Número Misto	63
4. Números Decimais	74

4.1.	Propriedades	75
4.2.	Operações	75
4.2.1.	Adição e Subtração de Números Decimais	75
4.2.2.	Multiplicação de Números Decimais	76
4.2.3.	Divisão de Números Decimais	77
5.	Intervalos Numéricos	79
5.1.	União de intervalos	80
5.2.	Interseção de intervalos	80
6.	Resumo	82
7.	Mais Questões Comentadas	85
8.	Questões-desafio	96
CAPÍTULO 2 – SISTEMA MÉTRICO		99
1.	Introdução	99
2.	Medidas de Comprimento	100
2.1.	Leitura das Medidas de Comprimento	100
2.2.	Conversão entre unidades	101
3.	Medidas de Superfície (área)	103
3.1.	Conversão entre unidades	103
4.	Medidas de Volume	105
4.1.	Conversão entre unidades	105
4.2.	Conversões de metro cúbico para litro	106
5.	Resumo	108
6.	Mais Questões Comentadas	111
7.	Questões-desafio	119
CAPÍTULO 3 – NÚMEROS PARES E ÍMPARES (PRIMOS E COMPOSTOS)		121
1.	Introdução	121
2.	Números Pares e Ímpares	122
2.1.	Conceito	122
2.2.	Propriedades	124
3.	Números Primos	129
3.1.	Reconhecimento de Números Primos	129
3.2.	Números Primos entre si	130
4.	Números Compostos	132
4.1.	Teorema Fundamental da Aritmética	132
4.2.	Decomposição em fatores primos	132

5. Resumo	133
6. Mais Questões Comentadas	135
7. Questão-desafio	141

CAPÍTULO 4 – MMC E MDC 143

1. Introdução	143
2. Mínimo Múltiplo Comum (MMC)	143
2.1. Métodos para determinar o MMC	144
3. Máximo Divisor Comum (MDC)	151
3.1. Métodos para determinar o MDC	151
4. Propriedades	155
5. Aplicações	159
6. Resumo	168
7. Mais Questões Comentadas	172
8. Questões-desafio	184

CAPÍTULO 5 – DIVISIBILIDADE 187

1. Resumo	191
2. Mais Questões Comentadas	191
3. Questão-desafio	194

CAPÍTULO 6 – POTENCIAÇÃO 197

1. Introdução	197
2. Potenciação	197
2.1. Propriedades	198
2.1.1. Potência de um Número Real com Expoente Natural	198
2.1.2. Potência de um Número Real com Expoente Negativo	200
2.1.3. Potência com Expoente Racional	200
2.2. Operações	203
2.3. Notação Científica	208
2.3.1. Transformação	208
2.3.2. Operações	209
2.3.2.1. Adição	209
2.3.2.2. Subtração	210
2.3.2.3. Multiplicação	210
2.3.2.4. Divisão	211
2.3.2.5. Potenciação	211

3. Resumo	214
4. Mais Questões Comentadas	215
5. Questões-desafio	220

CAPÍTULO 7 – RADICIAÇÃO 223

1. Introdução	223
2. Conceito	224
3. Elementos	226
4. Propriedades	226
5. Operações	231
6. Racionalização de Denominadores	234
6.1. Quando o Denominador é uma Raiz Quadrada	235
6.2. Quando o Denominador é uma Raiz Não Quadrada	236
6.3. Quando o Denominador é uma Soma ou Diferença de Dois Quadra- dos	238
7. Métodos para extrair raiz quadrada	240
7.1. Método da decomposição em fatores primos	240
7.2. Método dos Quadrados Perfeitos	244
8. Resumo	250
9. Mais Questões Comentadas	252
10. Questões-desafio	261

CAPÍTULO 8 – DÍZIMAS 267

1. Introdução	267
2. Dízimas Periódicas	267
2.1. Geratriz de uma dízima periódica	269
2.1.1. Dízima Simples	270
2.1.2. Dízima Composta	274
3. Resumo	277
4. Mais Questões Comentadas	278
5. Questão-desafio	283

CAPÍTULO 9 – CONJUNTOS 285

1. Introdução	285
2. Conceito	286
3. Relação de Pertinência	286

4.	Representação de um Conjunto e de seus Elementos	287
4.1.	Representação por Enumeração	287
4.2.	Representação por Propriedade	288
4.3.	Representação por Diagrama	289
5.	Tipos de conjuntos	289
5.1.	Conjunto Finito	290
5.2.	Conjunto Infinito	290
5.3.	Conjunto Universo	290
5.4.	Conjunto Vazio	291
5.5.	Conjunto Unitário	291
6.	Subconjuntos e Relação de Inclusão	292
6.1.	Propriedades da relação de inclusão	293
6.2.	Quantidade de subconjuntos	293
6.3.	Conjunto das partes de um conjunto	295
7.	Relação de Igualdade	296
7.1.	Propriedades da relação de igualdade	297
8.	Operações entre conjuntos	297
8.1.	União de Conjuntos	297
8.1.1.	Propriedades da União	298
8.2.	Interseção de Conjuntos	298
8.2.1.	Conjuntos Disjuntos	299
8.2.2.	Propriedades da Interseção	299
8.3.	Diferença de Conjuntos	301
8.3.1.	Propriedades da Diferença	301
8.3.2.	Complementar de um conjunto	303
8.3.2.1.	Propriedades do Complementar de um Conjunto ..	305
9.	Número de Elementos dos Conjuntos	305
10.	Conjuntos Numéricos	321
10.1.	Números Naturais	321
10.2.	Números Inteiros	322
10.3.	Números Racionais	323
10.4.	Números Irracionais	324
10.5.	Números Reais	325
11.	Resumo	328
12.	Mais Questões Comentadas	330
13.	Questões-desafio	353

CAPÍTULO 10 – MÉDIAS: ARITMÉTICA, GEOMÉTRICA E HARMÔNICA 359

1. Introdução	359
2. Média Aritmética	359
2.1. Propriedades da Média Aritmética	362
3. Média Ponderada	368
4. Média Geométrica	371
5. Média Harmônica	373
6. Comparação entre as Médias	376
7. Média das Médias	379
8. Resumo	380
9. Mais Questões Comentadas	382
10. Questões-desafio	390

UNIDADE 2 – ARITMÉTICA**CAPÍTULO 11 – RAZÃO E PROPORÇÃO 395**

1. Introdução	395
2. Razão	395
2.1. Razões Iguais	398
2.2. Razão Inversa	398
2.3. Simplificação de uma razão	399
2.4. Razões Especiais	400
2.4.1. Velocidade Média	401
2.4.2. Densidade Demográfica	404
2.4.3. Escalas	405
2.4.3.1. Propriedades das escalas	408
3. Proporção	408
3.1. Propriedades das Proporções	414
3.2. Terceira Proporcional	420
3.3. Quarta Proporcional	420
3.4. Proporção Contínua	421
4. Resumo	421
5. Mais Questões Comentadas	423
6. Questão-desafio	434

CAPÍTULO 12 – NÚMEROS E GRANDEZAS PROPORCIONAIS 437

1. Introdução	437
---------------------	-----

2. Grandezas Diretamente Proporcionais	437
3. Grandezas Inversamente Proporcionais	440
4. Resumo	448
5. Mais Questões Comentadas	448
6. Questões-desafio	456
 CAPÍTULO 13 – DIVISÃO PROPORCIONAL	459
1. Introdução	459
2. Conceito	459
3. Divisão em Números Diretamente Proporcionais	460
4. Divisão em Números Inversamente Proporcionais	471
5. Conceito Misto – Divisão Direta e Inversamente Proporcional	480
6. Resumo	487
7. Mais Questões Comentadas	489
8. Questões-desafio	496
 CAPÍTULO 14 – REGRA DE SOCIEDADE	501
1. Introdução	501
2. Conceito	501
3. Resumo	519
4. Mais Questões Comentadas	519
5. Questões-desafio	527
 CAPÍTULO 15 – REGRA DE TRÊS SIMPLES E COMPOSTA	535
1. Introdução	535
2. Regra de Três	535
2.1. Regra de Três Simples	538
2.2. Regra de Três Composta	546
3. Procedimento prático	551
4. Resumo	554
5. Mais Questões Comentadas	555
6. Questões-desafio	586
 CAPÍTULO 16 – PORCENTAGEM	591
1. Introdução	591
2. Porcentagem	591
2.1. Formas de representação	592

2.2.	Cálculo da porcentagem de um número	594
2.3.	Operações sobre mercadorias	599
2.4.	Aumentos e descontos percentuais	605
2.5.	Aumentos e descontos percentuais sucessivos	611
2.6.	Percentual incluído	617
2.7.	Variação Percentual	617
3.	Resumo	620
4.	Mais Questões Comentadas	623
5.	Questões-desafio	638

CAPÍTULO 17 – JUROS SIMPLES 643

1.	Introdução	643
2.	A Matemática Financeira	643
2.1.	Os Regimes da Matemática Financeira	646
2.2.	Fluxo de Caixa	647
2.3.	Elementos de uma operação de juros	651
2.3.1.	Taxa de Juros	651
2.4.	Equações dos Juros Simples	655
3.	Exigência Universal	655
3.1.	Taxas Proporcionais e Equivalentes	659
3.2.	Juros Simples Exatos	662
3.3.	Juros Comerciais	664
3.4.	Prazo Médio, Taxa Média e Capital Médio	667
3.4.1.	Prazo Médio	667
3.4.2.	Taxa Média	667
3.4.3.	Capital Médio	667
4.	Resumo	670
5.	Mais Questões Comentadas	671
6.	Questões-desafio	736

CAPÍTULO 18 – PROBLEMAS ENVOLVENDO TORNEIRAS E CAPACIDADE PESSOAL 741

1.	Introdução	741
2.	Problemas envolvendo Torneiras	741
3.	Problemas envolvendo Capacidade Pessoal	745
4.	Resumo	748

5. Mais Questões Comentadas	748
6. Questões-desafio	754

CAPÍTULO 19 – QUESTÕES ENVOLVENDO IDADES 757

1. Resumo	761
2. Mais Questões Comentadas	761
3. Questão-desafio	766

UNIDADE 3 – MATEMÁTICA DE NÍVEL MÉDIO

CAPÍTULO 20 – EQUAÇÃO DO 1º GRAU 771

1. Conceito	771
2. Resolvendo uma Equação do 1º Grau	773
3. Resolução de Problemas por Meio de Equação do 1º Grau	776
4. Sistemas de Equações de 1º Grau	781
4.1. Método da Substituição	781
4.2. Método da Adição	782
5. Resumo	789
6. Mais Questões Comentadas	790
7. Questões-desafio	807

CAPÍTULO 21 – EQUAÇÃO DO 2º GRAU 811

1. Introdução	811
2. Conceito	811
3. Resolvendo uma Equação do 2º Grau	813
4. Natureza das Raízes de uma Equação do 2º Grau	816
5. Utilizando a Soma e Produto para Encontrar as Raízes	820
6. Resolução de Problemas por Meio de Equação do 2º Grau	821
7. Resumo	825
8. Mais Questões Comentadas	826
9. Questões-desafio	836

CAPÍTULO 22 – FUNÇÕES 839

1. Introdução	839
2. Definição e Notação	842
3. Domínio, Contradomínio e Imagem	843

3.1.	Determinação do domínio de uma função	846
4.	Plano Cartesiano	850
5.	Representação Gráfica	854
5.1.	Determinação do Domínio e da Imagem de uma função por meio do gráfico	857
5.2.	Reconhecimento de uma função por meio do gráfico	860
6.	Função Par e Função Ímpar	864
6.1.	Função Par	864
6.2.	Função Ímpar	865
7.	Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora	867
7.1.	Função Injetora	867
7.2.	Função Sobrejetora	868
7.3.	Função Bijetora	869
8.	Função Composta	871
9.	Função Inversa	873
10.	Função Polinomial do 1º Grau	877
10.1.	Classificação	877
10.1.1.	Função Constante	878
10.1.2.	Função Identidade	878
10.1.3.	Função Linear	879
10.1.4.	Função Afim	879
10.2.	Gráfico da Função do 1º Grau	880
10.3.	Raiz ou Zero da Função do 1º Grau	884
10.4.	Estudo de Sinal da Função do 1º Grau	885
11.	Função Polinomial do 2º Grau	890
11.1.	Raízes ou Zeros da Função do 2º Grau	891
11.1.1.	Determinação dos zeros por meio da soma e produto das raízes	894
11.1.2.	Quantidade de raízes reais	895
11.2.	Gráfico da Função do 2º Grau	897
11.2.1.	Introdução	897
11.2.2.	Efeito dos coeficientes na parábola	900
11.2.3.	Interseção com o eixo X (raízes)	902
11.2.4.	Vértice da parábola e máximos e mínimos da função	904
11.2.5.	Imagem da função	908
11.3.	Estudo do Sinal da Função do 2º Grau	909
12.	Resumo	918

13. Mais Questões Comentadas	925
14. Questões-desafio	936

CAPÍTULO 23 – MATRIZES, DETERMINANTES E SOLUÇÃO DE SISTEMAS

LINEARES	939
1. Introdução	939
2. Matrizes	939
2.1. Ordem de uma matriz	940
2.2. Elementos de uma matriz	940
2.3. Matrizes – representação	940
2.3.1. Forma Genérica	941
2.3.2. Lei de formação de uma matriz	941
2.4. Tipos de matrizes	943
2.4.1. Matriz Linha	943
2.4.2. Matriz Coluna	944
2.4.3. Matriz Nula	944
2.4.4. Matriz Retangular	944
2.4.5. Matriz Quadrada	944
2.4.6. Matriz Diagonal	945
2.4.7. Matriz Triangular	945
2.4.8. Matriz Identidade	946
2.4.9. Matriz Oposta	946
2.4.10. Matriz Transposta	947
2.4.11. Matriz Simétrica	948
2.4.12. Matriz Antissimétrica	948
2.5. Operações com Matrizes	950
2.5.1. Igualdade de Matrizes	950
2.5.2. Adição e Subtração de Matrizes	950
2.5.3. Multiplicação de um Número Real por uma Matriz	952
2.5.4. Multiplicação de Matrizes	952
2.5.4.1. Propriedades da Multiplicação de Matrizes	958
2.6. Matriz Inversa	960
2.6.1. Matriz Inversa de uma Matriz de Primeira Ordem	961
2.6.2. Matriz Inversa de uma Matriz de Segunda Ordem	961
3. Determinantes	962

3.1.	Determinante de uma Matriz Quadrada de 1ª Ordem	962
3.2.	Determinante de uma Matriz Quadrada de 2ª Ordem	962
3.3.	Determinante de uma Matriz Quadrada de 3ª Ordem	964
3.4.	Propriedades dos Determinantes	967
3.5.	Menor Complementar	976
3.6.	Cofator	978
3.7.	Teorema de Laplace	979
4.	Sistemas Lineares	983
4.1.	Representação de um sistema linear na forma matricial	984
4.2.	Solução de um sistema linear	986
4.3.	Classificação de um sistema linear	989
4.4.	Sistemas Lineares Homogêneos	990
4.5.	Teorema de Cramer	990
4.6.	Análise do Sistema Linear	993
5.	Resumo	998
6.	Mais Questões Comentadas	1005
7.	Questões-desafio	1017

CAPÍTULO 24 – PROGRESSÃO ARITMÉTICA E PROGRESSÃO GEOMÉTRICA 1021

1.	Progressão Aritmética	1021
1.1.	Conceito	1021
1.2.	Classificação	1024
1.3.	Termo Geral de uma PA	1025
1.4.	Propriedades	1029
1.5.	Notações Especiais	1031
1.6.	Interpolação Aritmética	1032
1.7.	Soma dos Termos de uma PA	1034
2.	Progressão Geométrica	1040
2.1.	Conceito	1040
2.2.	Classificação	1043
2.3.	Termo Geral de uma PG	1044
2.4.	Propriedades	1048
2.5.	Notações Especiais	1051
2.6.	Interpolação Geométrica	1055
2.7.	Soma dos Termos de uma PG	1057
2.7.1.	Soma dos Termos de uma PG Finita	1057
2.7.2.	Soma dos Termos de uma PG Infinita	1058

3. Resumo	1061
4. Mais Questões Comentadas	1063
5. Questões-desafio	1097

CAPÍTULO 25 – GEOMETRIA BÁSICA 1101

1. Introdução	1101
2. Geometria Plana	1101
2.1. Ponto	1102
2.2. Reta, Semirreta e Segmento de Reta	1102
2.3. Plano	1102
2.4. Ângulos	1103
2.4.1. Ângulos – Classificação quanto à medida	1104
2.4.2. Ângulos – Classificação quanto à posição	1104
2.4.3. Ângulos – Classificação quanto à complementação	1105
2.4.4. Bissetriz de um ângulo	1106
2.5. Circunferência	1107
2.6. Polígonos	1110
2.6.1. Número de diagonais de um polígono	1112
2.6.2. Soma das Medidas dos Ângulos Internos e Externos	1115
2.7. Triângulos	1119
2.7.1. Elementos do Triângulo	1119
2.7.2. Soma dos ângulos internos de um triângulo	1120
2.7.3. Classificações dos triângulos	1121
2.7.4. Mediatriz, Mediana e Altura e seus Pontos Notáveis	1124
2.7.5. Congruência de triângulos	1128
2.7.6. Semelhança de triângulos	1128
2.7.7. Área do triângulo	1131
2.7.8. Relações métricas no triângulo retângulo	1132
2.8. Teorema de Tales	1132
2.9. Quadriláteros	1134
2.9.1. Paralelogramo	1136
2.9.1.1. Quadrado	1136
2.9.2. Retângulo	1138
2.9.3. Losango	1140
2.9.4. Trapézio	1140

2.10. Áreas das figuras planas	1141
3. Geometria Espacial	1144
3.1. Prisma	1144
3.1.1. Prisma reto	1147
3.1.2. Prisma oblíquo	1149
3.2. Pirâmide	1149
3.3. Cilindro	1151
3.4. Cone	1153
3.5. Esfera	1156
4. Resumo	1158
5. Mais Questões Comentadas	1163
6. Questões-desafio	1182

CAPÍTULO 26 – TRIGONOMETRIA 1189

1. Arcos e Ângulos	1189
2. Ângulo – Classificação	1191
3. Ciclo Trigonométrico	1192
3.1. Ângulos Côngruos ou Congruentes	1193
3.2. Forma generalizada de congruência de um ângulo	1194
4. Funções Trigonômétricas	1197
4.1. Função Seno	1197
4.1.1. Sinais da função seno	1197
4.2. Função Cosseno	1198
4.2.1. Sinais da função cosseno	1199
4.3. Relação fundamental entre senos e cossenos	1199
4.4. Função Tangente	1199
4.5. Funções Cotangente, Secante e Cossecante	1200
4.6. Valores notáveis	1201
4.7. Desdobramentos da Relação Fundamental	1202
5. Relações entre Ângulos	1202
6. Outras Relações Trigonômétricas	1204
7. Relações Trigonômétricas no Triângulo Retângulo	1207
8. Teorema de Pitágoras	1212
9. Resumo	1216
10. Mais Questões Comentadas	1218
11. Questões-desafio	1231

CAPÍTULO 27 – ANÁLISE COMBINATÓRIA: COMBINAÇÃO, ARRANJO E PERMUTAÇÃO	1237
1. Introdução	1237
2. Princípio Fundamental da Contagem (PFC)	1237
3. Arranjo e Combinação	1241
3.1. Cálculo do Arranjo e da Combinação	1243
4. Permutação	1248
4.1. Permutação Simples	1249
4.2. Permutação com Repetição	1252
4.3. Permutação Circular	1253
5. Combinação com Repetição	1254
6. Arranjo com Repetição	1257
7. Não se esqueça das fórmulas!	1258
8. Resumo	1258
9. Mais Questões Comentadas	1259
10. Questões-desafio	1288
 CAPÍTULO 28 – PROBABILIDADE	 1291
1. Introdução	1291
2. Teoria das Probabilidades	1291
2.1. Conceitos Fundamentais	1291
2.1.1. Experimento Aleatório	1292
2.1.2. Espaço Amostral	1292
2.1.3. Evento	1293
2.2. Cálculo da Probabilidade	1294
2.3. Axiomas da Probabilidade	1298
2.4. Probabilidade da Intersecção de Eventos	1299
2.5. Probabilidade de Eventos Independentes	1301
2.6. Probabilidade de Eventos Mutuamente Excluentes	1303
2.7. Probabilidade da União de Dois Eventos	1305
2.8. Probabilidade do Evento Complementar	1307
2.9. Probabilidade Condicional	1309
2.10. Teorema de Bayes	1316
2.11. Teorema da Probabilidade Total	1319
3. Probabilidade com Análise Combinatória	1321
4. Resumo	1326

5. Mais Questões Comentadas	1330
6. Questões-desafio	1371

APÊNDICE – DICAS PARA AGILIZAR OS CÁLCULOS MATEMÁTICOS 1383

1. Multiplicação ou Divisão por 10, 100, 1.000 etc.	1384
2. Multiplicar um Número por 11	1384
3. Multiplicar um Número por 9, 99, 999 etc.	1385
4. Multiplicar um Número por 0,15, 1,5 e 15	1385
5. Dividir Qualquer Número por 5, 50, 500 etc.	1385
6. Multiplicar Qualquer Número por 5, 50, 500 etc.	1386
7. Multiplicação por Números Terminados em 0	1386
8. Subtrações de 100 ou 1.000 por Qualquer Número	1387
9. Multiplicar Números de um Algarismo por 9	1387
10. Elevar um Número do Tipo 1,0X ao Quadrado	1387
11. Elevar ao Quadrado Números que Terminem em 5	1388
12. Dividir Qualquer Número por 0,25	1388
13. Multiplicar Qualquer Número por 0,25	1389
14. Dividir um Número por 4	1390
15. Multiplicar Números Usando a Propriedade Distributiva	1390
16. Soma e Subtração de Frações sem MMC	1391
17. Somar em Grupos Complementares de Dez ou Cem	1393
18. Exercícios para Treino	1393

BIBLIOGRAFIA 1399