PROVISÓRIO

ALEX LIRA | ALEXANDRE MEIRELLES

RACIOCÍNIO LÓGICO DEFINITIVO

para concursos

3ª edição
revista e atualizada

2025

EDITORA *Jus*PODIVM
www.editorajuspodivm.com.br

CAPÍTULO 13

RACIOCÍNIO ARITMÉTICO OU MATEMÁTICO

1. INTRODUÇÃO

O QUE VEREMOS

Neste capítulo, estudaremos o chamado **Raciocínio Aritmético**, amplamente cobrado em concursos dos mais variados níveis.

Aprenderemos o processo a ser aplicado na resolução de problemas matemáticos.

Veremos cada tópico em que geralmente é cobrado o presente assunto, por meio de uma teoria resumida e muitas questões resolvidas.

Iniciaremos com o passo a passo de como se resolver um problema matemático, seguido dos temas mais presentes sobre raciocínio aritmético em provas de Raciocínio Lógico. Na nossa obra *Matemática Básica Definitiva para Concursos*, publicada pela Editora Juspodivm, abrangemos esses tópicos de Aritmética e outros aqui apresentados em mais de 500 páginas. Buscamos então, para os fins deste livro, resumir desse grande conteúdo o que é mais provável de aparecer em sua prova. Sendo assim, se você já estudou nosso outro livro citado, pode estudar somente o conteúdo do próximo tópico sobre resolução de problemas e pular os restantes, ou melhor, refazer as questões para relembrar os assuntos.

COMO APARECE NOS EDITAIS

São muitos os temas que trabalharemos neste capítulo com a finalidade de abordar o tópico que aparece nos editais como *Raciocínio Aritmético* ou *Raciocínio Matemático*.

COMO É COBRADO NAS PROVAS

Geralmente, as questões deste tema apresentam uma situação-problema com alguns dados numéricos e pede para o candidato determinar a opção de resposta que melhor atende ao conjunto de informações.

Para chegar à resposta certa, o aluno precisará fazer uma boa interpretação do problema apresentado, converter o que é dito para a linguagem matemática e efetuar os cálculos aritméticos necessários.

OBJETIVOS

Os nossos objetivos ao final deste capítulo é que você consiga:

1) desenvolver seu raciocínio matemático;

2) aperfeiçoar sua capacidade de interpretação de textos;

3) converter o que é dito textualmente em linguagem matemática;

4) aplicar os passos necessários para a solução de um problema matemático.

2. ANÁLISE DA COBRANÇA DO ASSUNTO EM PROVAS

Observe a seguir os percentuais de incidência nos últimos anos do assunto deste capítulo em relação ao volume de questões de todos os temas analisados na nossa matéria. Lembramos que quanto maior o percentual de cobrança de um dado assunto, maior sua importância.

ASSUNTO	CEBRASPE	FCC	DEMAIS BANCAS
	% de cobrança	% de cobrança	% de cobrança
Raciocínio Aritmético	15,98%	25,65%	25,78%

Em todas as organizadoras o presente tópico possui uma importância **muito alta**. Na verdade, trata-se do assunto com maior cobrança da nossa disciplina!

E o que é mais cobrado dentro deste assunto, professores?

Considerando os tópicos que compõem este capítulo, possuímos a seguinte distribuição percentual:

ASSUNTO	CEBRASPE	FCC	DEMAIS BANCAS
	% de cobrança	% de cobrança	% de cobrança
Operações com números inteiros, fracionários e decimais	12,86%	16,24%	18,10%
MMC e MDC	7,14%	7,61%	9,03%
Número de elementos de conjuntos	30,00%	9,64%	8,89%
Problemas envolvendo equações de primeiro grau	7,14%	9,14%	13,20%
Questões envolvendo idades	2,86%	5,08%	6,08%
Divisão Proporcional	10,00%	11,17%	4,72%
Regra de três	10,00%	16,24%	16,67%
Porcentagem	20,00%	24,87%	23,31%

Repare que as bancas gostam demais de cobrar em suas provas **Operações com Números, Regra de Três** e, especialmente, o tópico **Porcentagem**. E destacamos que o **Cebraspe** possui forte predileção pelo assunto **Número de Elementos de Conjuntos**.

3. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

A **resolução de problemas** é uma habilidade fundamental, pois o uso da matemática é para basicamente resolver problemas, o que proporciona aos estudantes desenvolvimento da comunicação, da construção de aprendizagens significativas e da capacidade de aplicar os conceitos matemáticos na vida diária. Portanto, é amplamente recomendado que você enfrente esse tipo de exercício.

Contudo, como se resolve um problema matemático? Bem, a resolução de um problema é realizada em **cinco etapas**[1]. Isso é o que você sempre fez quando resolveu problemas matemáticos, só vamos a seguir explicar um pouco melhor cada uma dessas etapas e depois resolveremos problemas para ilustrá-las.

A **primeira** delas é a **compreensão**. Portanto, inicialmente faz-se necessário entender o problema que está diante de você:

1. O processo de resolução de problemas matemáticos aqui retratado é inspirado no livro *"A Arte de Resolver Problemas"*, escrito por George Polya.

- Leu o problema? Entendeu as informações contidas no enunciado?
- Qual é a incógnita ou valor a ser determinado? Quais são os dados ou o que a questão te fornece para a solução?
- Quais são as condições? É possível satisfazer as condições? Elas são suficientes para determinar a incógnita? Ou são insuficientes? Ou redundantes? Ou contraditórias? Separe as condições em partes.

Depois disso, vem a **segunda** etapa, que consiste na **elaboração de um plano** ou estratégia. Aqui se exige do aluno realmente pensar no problema e ver qual é a maneira ideal para você abordá-lo e tentar resolvê-lo. Achar conexões entre os dados e a incógnita. Talvez seja conveniente considerar problemas auxiliares ou particulares, se uma conexão não for achada em tempo razoável. Use isso para "bolar" um plano ou estratégia de resolução do problema.

- Você já encontrou este problema ou algum parecido?
- Você conhece um problema semelhante? Você conhece teoremas ou fórmulas que possam ajudar?
- Olhe para a incógnita! Agora tente achar um problema familiar e que tenha uma incógnita semelhante.
- Aqui está um problema relacionado com o seu e que você já sabe resolver. Você consegue aproveitá-lo? Você pode usar seu resultado? Ou seu método? Deve-se introduzir algum elemento auxiliar de modo a viabilizar esses objetivos?
- Você consegue enunciar o problema de outra maneira?
- Se você não consegue resolver o problema dado, tente resolver um problema parecido. Você consegue imaginar um caso particular mais acessível? Um caso mais geral e mais acessível? Você consegue resolver alguma parte do problema? Mantenha apenas parte das condições do problema e observe o que ocorre com a incógnita, como ela varia agora? Você consegue obter alguma coisa dos dados? Você consegue imaginar outros dados capazes de produzir a incógnita? Você consegue alterar a incógnita ou os dados, ou ambos, de modo que a nova incógnita e os novos dados fiquem mais próximos?
- Você está levando em conta todos os dados? E todas as condições?

Agora, chegou a **terceira** etapa, que envolve a **execução** desse plano. É você colocar a mão na massa e resolver o problema, aplicando aquela estratégia que você pensou.

Nesse ponto, exige-se do aluno, além do conhecimento matemático, o <u>uso da interpretação dos textos</u> contidos nos enunciados. É comum nos depararmos com problemas em que é cobrado do candidato mais o entendimento do que se pede do que com os cálculos propriamente ditos.

Além disso, aqui enfrentaremos o desafio de converter a linguagem escrita em linguagem matemática, ou seja, em expressões numéricas.

Enfim, são problemas que testam não somente o conhecimento das várias vertentes matemáticas, como também a capacidade de interpretação de informações.

DICAS PARA INTERPRETAR INFORMAÇÕES EM PROBLEMAS ARITMÉTICOS[2]

1) Qual é o número...?

Provavelmente você já deve ter visto essa pergunta. Quando ela aparece, significa que precisamos encontrar o valor de um número, então vamos logo chamá-lo de **x**. Portanto, já escreva:

$$x = ?$$

Aliás, geralmente quando aparecem perguntas envolvendo pronomes interrogativos (como "qual" e "quanto"), significa que precisamos encontrar o **x** da questão.

2) E quando aparecem as preposições?

Em problemas matemáticos, as preposições como "de", "da" e "do" costumam indicar uma operação de **multiplicação**.

Por exemplo, se um problema pede 2/5 **de** x, isso significa que vamos fazer o produto entre 2/5 e x, obtendo a expressão:

$$\frac{2}{5} . x = \frac{2x}{5}$$

Outra preposição que aparece bastante nos problemas matemáticos é a "por", que normalmente indica uma operação de **divisão**. Inclusive essa preposição também está "escondida" dentro do sinal % ("por cento"). Exemplo: 2 por 3 = $\frac{2}{3}$.

3) Verbos

Verbos como "é", "tem" e "equivale" significam **igualdade**. Para exemplificar esse caso de traduções para linguagem matemática, considere um problema em que é dito que Carlos e João têm juntos 50 anos. Aritmeticamente, traduzimos que:

$$C + J = 50$$

4) Antecessor e consecutivo

São outros termos bem frequentes nas questões matemáticas. E seu entendimento é bem simples:

– O **antecessor** de um número qualquer significa **x – 1**

2. Inspirado no artigo "*Como interpretar problemas matemáticos?*" em Só Matemática. Virtuous Tecnologia da Informação, 1998-2019. Consultado em 02/09/2019 às 11:44. Disponível na Internet em https://www.somatematica.com.br/faq/interpretar.php

– O **consecutivo** de um número qualquer significa **x + 1**

5) Oposto e inverso

Por fim, você pode encontrar também os seguintes termos:

– **Oposto** de um número qualquer significa **-x**

– **Inverso** de um número qualquer significa **1/x**

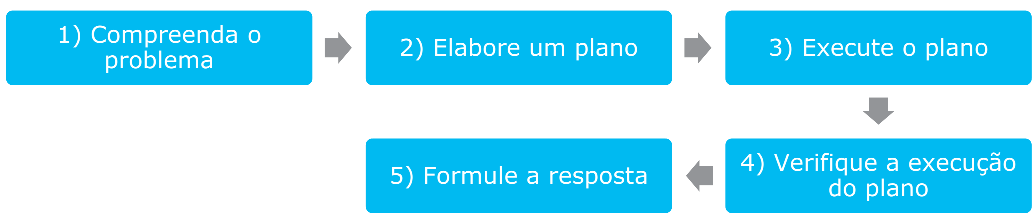
Aprendidas essas dicas de interpretação de um problema, vamos executar a estratégia. Ao fazer isso, analise cada passo. Você consegue mostrar claramente que cada um deles está correto?

Em seguida, na **quarta** etapa vamos fazer a **verificação** de como executamos a estratégia elaborada.

- Será que esse plano que você teve e a execução dele resultaram na resposta correta?
- Você consegue obter a solução de um outro modo?
- Qual a essência do problema e do método de resolução empregado?
- Em particular, você consegue usar o resultado, ou o método, em algum outro problema?

Por fim, na **quinta** e última etapa você irá simplesmente **formular a resposta** do problema. Portanto, veja a pergunta apresentada no enunciado. Pode respon-dê-la numa frase simples, objetiva e direta?

Portanto, essas são as cinco etapas necessárias à resolução de um problema aritmético:



Agora, vamos resolver alguns problemas aplicando esse método.

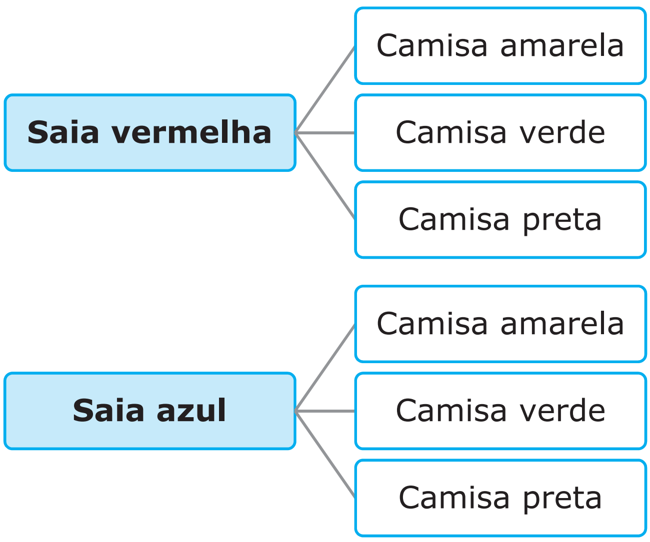
EXEMPLO 01: Laura é muito vaidosa e gosta de se vestir muito bem para qualquer ocasião. Para assistir às aulas do seu curso preparatório, ela comprou uma saia vermelha e outra azul, uma camisa amarela, uma verde e outra preta. Então, de quantas maneiras diferentes Laura poderá se vestir?

Estamos diante de uma típica questão de Raciocínio Matemático, de modo que teremos que aplicar as cinco etapas para a resolução de um problema aritmético.

A **primeira** coisa a se fazer é **compreender o problema**. Para isso, fazemos uma boa leitura do enunciado com vistas a entender bem as informações ali presentes.

Também precisamos separar os dados que o exercício nos forneceu daquilo que buscamos descobrir, isto é, a incógnita. Bem, repare que queremos descobrir de quantas maneiras diferentes Laura poderá se vestir. E quais dados o problema nos dá? Ele diz que ela comprou uma saia vermelha e outra azul, ou seja, duas saias, e uma camisa amarela, uma verde e outra preta, isto é, três camisas. Logo, foram duas saias e três camisas.

Na **segunda** etapa, entra em cena a **elaboração de um plano**. Então, precisamos pensar se na resolução do problema iremos adotar um esquema, ou uma tabela, ou uma equação, ou diagrama, ou então fazer um desenho. Nesse caso, optaremos por fazer um desenho. Indicaremos as saias que ela comprou (uma vermelha e uma azul) combinando cada uma com as camisas (uma amarela, uma verde e uma preta):



Agora, chegou a **terceira** etapa, que corresponde à **execução do plano**. Veja que por meio do esquema que fizemos já é possível resolver o problema. Com a saia vermelha, Laura pode combinar a camisa amarela, a camisa verde e a camisa preta; e o mesmo acontece com a saia azul. Portanto, ela tem à sua disposição três opções com a saia vermelha e três opções com a saia azul, o que totaliza 3 + 3 = **6 maneiras** diferentes de se vestir. Dessa forma, conseguimos fazer a conversão da linguagem escrita em linguagem matemática, que fica evidente por meio da operação de soma.

Terminamos de resolver o problema? Calma, falta muito pouco. Em seguida, temos a **quarta** etapa, em que faremos a **verificação da execução plano**. A bem da verdade, já cumprimos essa etapa no momento em que elaboramos o esquema anterior, que nos permite graficamente concluir que realmente o resultado da operação descrita no enunciado é 6.

Nessa etapa, é oportuno avaliar se conseguiríamos resolver o problema de outra forma. Bem, nesse caso conseguiríamos sim. De fato, eu poderia usar o **princípio multiplicativo**. Como seria isso? Bem, são duas saias e três camisas, então era só fazer o produto entre 2 e 3 que daria certo também. Veja que essa resolução é até mais prática, porém é importante considerar outras maneiras de resolver o problema, nesse caso usando um esquema. Até porque tem aluno que entende melhor por meio de desenho, outros têm mais facilidade com a Matemática mais abstrata, de modo que é interessante dispor das diversas maneiras que podemos solucionar um exercício.

Por fim, concluímos a resolução com a **quinta** e última etapa, na qual **formularemos a resposta** do problema. Nesse ponto, voltamos ao enunciado e verificamos qual a pergunta que foi feita a nós: "*de quantas maneiras diferentes Laura poderá se vestir?*". É nisso que precisamos nos concentrar para responder de forma objetiva. Vamos fazer isso? A resposta será: **Laura poderá se vestir de seis maneiras diferentes**.

ATENÇÃO!

Geralmente, nos concursos precisamos marcar a alternativa correta dentre as opções disponíveis de resposta, e aqui muitos "morrem na praia" após tanto esforço, simplesmente por marcar a letra errada na pressa! Então, tenha foco do início ao fim!

EXEMPLO 02: Fabiano levou para sua escola um saco de balas para dividir com os amigos. Aos primeiros que encontrou, deu metade das balas que trazia. Depois encontrou mais amigos e deu metade das que ainda tinha. E foi assim que chegou à sala dele só com 20 balas. Quantas balas tinha no saco antes de Fabiano o abrir?

Vamos agilizar nosso processo de resolução do problema.

Você compreendeu o exercício? Vamos adotar a estratégia de resolver esse problema do fim para o início. Inclusive esse método de resolução é conhecido como **princípio da regressão**, a qual estudaremos com mais detalhes nos princípios de contagem.

Veja que no final Fabiano acabou com 20 balas. Mas antes disso ele havia dado a metade das que possuía. E quantas eram? Aqui precisamos converter a linguagem escrita na linguagem matemática. Isso é simples. Pense conosco, se eu dei metade e ainda fiquei com vinte é porque anteriormente eu tinha $20 \times 2 = 40$ balas.

Continuamos o processo de executar as operações de trás para frente. E antes de ter essas 40 balas? Fabiano tinha feito a mesma coisa, isto é, havia dado metade do que tinha inicialmente, de modo que ele possuía 40 × 2 = **80 balas no saco fechado**. Chegamos ao resultado desejado!

Será que esse resultado faz sentido? Podemos verificá-lo seguindo agora o processo de resolução do início para o fim das operações, usando o valor que encontramos como resposta, e estando atentos se acharemos alguma contradição.

Inicialmente, havia 80 balas no saco (é essa a hipótese que estamos considerando). Como Fabiano deu a metade das balas aos primeiros amigos, sobraram 80 ÷ 2 = 40 balas. Ao encontrar mais amigos, deu metade das balas que tinha, de modo que ficou com 40 ÷ 2 = 20 balas. E foi exatamente essa a quantidade que ele chegou à sala de aula.

Portanto, verificamos que a nossa estratégia, a execução aplicada e o resultado a que chegamos estão corretos. Isso nos permite responder à pergunta do enunciado por afirmar que **antes de abrir o saco Fabiano dispunha de 80 balas**.

EXEMPLO 03: Carlos comprou uma televisão no valor de R$ 950,00, dividida em 10 prestações iguais. Ao pagar a 4ª prestação, recebeu de presente de seu avô o restante do dinheiro para a quitação do aparelho. Quanto Carlos recebeu?

Vamos chamar de **x** o valor que Carlos recebeu de presente de seu avô. Essa é a nossa incógnita, o valor que desejamos calcular.

Quais foram os dados fornecidos? Bem, é dito que o valor do aparelho é igual a R$950,00. Também o enunciado informa que Carlos resolveu dividir o televisor em 10 prestações iguais. Logo, obtemos o valor de cada prestação fazendo a seguinte operação de divisão:

$$\frac{950}{10} = 95 \; \textbf{\textit{reais}}$$

Sabemos que Carlos efetuou o pagamento de 4 prestações, de modo que ainda faltam ser pagas 10 – 4 = 6 prestações, as quais correspondem às que o avô de Carlos resolveu pagar. Elas valem 95 × 6 = 570 reais.

Portanto, Carlos recebeu **R$570,00** de seu avô.

EXEMPLO 04: Quantas partes se obtêm dobrando uma folha ao meio por 8 vezes consecutivas?

Repare que o nosso objetivo consiste em determinar a quantidade de partes resultantes em se dobrar 8 vezes uma folha ao meio.

Vamos adotar a estratégia de descobrir uma regularidade ou padrão matemático no processo indicado, por meio da construção de uma **tabela**. Nessa tabela, vamos associar o número de dobras realizadas com a quantidade de partes obtida:

Dobras	Partes

Concorda que se a folha não tem nenhuma dobra, então há apenas uma parte, que corresponde à superfície dela? Vamos inserir essa informação na tabela:

Dobras	Partes
0	1

Quando eu faço uma dobra ao meio na folha, ela vai ficar dividida em duas. Na próxima dobra, que é a segunda consecutiva, a folha vai estar dividida em quatro partes. Na terceira dobra, a folha vai estar dividida em oito partes. Portanto:

Dobras	Partes
0	1
1	2
2	4
3	8

Conseguiu perceber aqui uma regularidade? Sim, veja que os números contidos na coluna "partes" são formados multiplicando 2 por eles próprios. Esse é um padrão que estará presente durante todo o processo de dobra da folha! Assim, na quarta dobra, o que obteremos? Ora, seria o 2 multiplicado por ele mesmo quatro vezes, resultando em $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ partes. Seguindo o padrão, na oitava dobra, teríamos o 2 multiplicado por ele próprio oito vezes. Essa operação pode ser representada na forma de potência:

$$2^8 = 256$$

Portanto, concluímos que a folha estaria dividida em **256 partes**.

EXEMPLO 05: Suponha que há um certo número de coelhos e de gaviões em duas gaiolas diferentes, totalizando 7 cabeças e 22 patas. São quantos coelhos e quantos gaviões?

Qual a estratégia podemos aplicar na resolução desse problema? Vamos resolver associando-o a um problema análogo mais simples.

Desse modo, podemos simplesmente ignorar que tem coelhos, vamos tratar só dos gaviões. Sabemos que são 7 cabeças, de forma que tem 7 animais lá dentro, concorda? Então seriam 7 gaviões, que têm 14 patas ao todo.

Gavião 1	Gavião 2	Gavião 3	Gavião 4	Gavião 5	Gavião 6	Gavião 7	Total
2 patas	2 patas	2 patas	2 patas	2 patas	2 patas	2 patas	14 patas

Veja que isso está errado, porque eu preciso obter 22 patas. Portanto, estão faltando 22 – 14 = 8 patas. Assim, devemos distribuir essas oito patas pelos coelhos, que são animais com 4 patas.

Vamos substituir alguns dos gaviões por coelhos. Em cada gavião, já contabilizamos 2 patas, o que nos permite deduzir que são quatro coelhos, com 4 × 4 = 16 patas ao todo. E são quantos gaviões? Como há sete cabeças, vão ter que ser três gaviões.

Gavião 1	Gavião 2	Gavião 3	Coelho 1	Coelho 2	Coelho 3	Coelho 4	Total
2 patas	2 patas	2 patas	4 patas	4 patas	4 patas	4 patas	22 patas

Portanto, concluímos que há **4 coelhos e 3 gaviões** na gaiola.

Consideramos até aqui alguns modelos possíveis de problemas matemáticos nos quais aplicamos as cinco etapas de resolução.

Ok, professores. Entendi as estratégias que utilizamos na resolução desses problemas. Mas como isso cai em prova?

Excelente pergunta. Foco é tudo! E o nosso alvo é sua aprovação! Na realidade, a capacidade de resolver problemas é exigida em toda a matemática com o objetivo de testar sua capacidade de raciocínio, clareza de ideias e habilidade para desenvolver e aplicar estratégias.

No âmbito do raciocínio aritmético, a análise das provas que cobram o assunto nos permite avaliar que a resolução dos problemas exige o conhecimento de temas como operações com números inteiros, fracionários e decimais; MMC e MDC; número de elementos de conjuntos; equação do 1º grau; divisão proporcional; regra de três; porcentagem etc.

Então, a partir de agora resolveremos problemas de cada um desses tópicos, apresentando inicialmente uma teoria relacionada na forma de resumo. Para um maior detalhamento desses assuntos e de outros mais sobre Aritmética, recomendamos um estudo mais aprofundado, como o do nosso livro *Matemática Básica Definitiva para Concursos*, conforme citamos na introdução deste capítulo. Contudo, acreditamos que o conteúdo que apresentaremos a seguir seja o que você muito provavelmente necessitará para fazer sua prova de Raciocínio Lógico.

4. OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS, FRACIONÁRIOS E DECIMAIS

NÚMEROS INTEIROS

O **conjunto dos números inteiros** é formado pelos algarismos **inteiros positivos e negativos e o zero**.

Sucessor: é o número que está imediatamente à sua **direita** na reta. Em outras palavras, é o inteiro que **vem após** o número dado.

Antecessor: é o número que está imediatamente à sua **esquerda** na reta. Falando de outro modo, é o inteiro que **vem antes** do número dado.

Dois números inteiros são chamados **simétricos** quando **a soma entre eles é zero**. Por exemplo, 2 e −2 são simétricos um do outro.

O **módulo** ou **valor absoluto** de um número inteiro corresponde à **distância que o número está do zero**, e pode ser denotado pelo uso de duas barras verticais | |.

Adição: É a operação que une duas quantidades em um só número. Os termos da adição são chamados **parcelas** e o resultado da operação de adição é denominado ***soma*** ou ***total***.

(1ª parcela) + (2ª parcela) = soma

Subtração: É a operação que tem por objetivo ***diminuir, de um número, o valor do outro***. O primeiro termo de uma subtração é chamado **minuendo**, o segundo é o **subtraendo** e o resultado da operação de subtração é denominado ***resto*** ou ***diferença***.

(Minuendo) – (Subtraendo) = Resto